

www.banglainternet.com

George Gamow`s

Gravity

“Abhikarsa” translated by Md. Tafazzal Hossain Sarkar

ଉତ୍ତମ ଗ୍ୟାଲ୍ୟାଣ

ଅଧିକାରୀ

read  share

www.banglainternet.com

সূচীপত্র

প্রথম অধ্যায় :	কিভাবে বস্তু পতিত হয়	১
দ্বিতীয় অধ্যায় :	আপেল ও চাঁদ	১২
তৃতীয় অধ্যায় :	ক্যালকুলাস	২০
চতুর্থ অধ্যায় :	গ্রহসমূহের কক্ষপথ	৩০
পঞ্চম অধ্যায় :	পৃথিবী : একটি ঘূর্ণমান গাটিন	৩৭
ষষ্ঠ অধ্যায় :	জোয়ার-ভাটা	৪২
সপ্তম অধ্যায় :	নভো-বলবিদ্যার জয়যাত্রা	৫২
অষ্টম অধ্যায় :	অতিকর্ষ অতিক্রমণ	৫৯
নবম অধ্যায় :	আইনস্টাইনের অতিকর্ষতত্ত্ব	৬৭
দশম অধ্যায় :	মহাকর্ষের অসমসাহিত সমস্যাগুলি	৮২
	ব্যবহৃত পরিভাষা	৯৩

banglainternet.com

প্রথম অধ্যায়

কিভাবে বস্তু পত্তিত হয়

‘উর্ধ্ব’ ও ‘অধঃ’ দিকের ধারণা আবহমান কালের এবং উর্ধ্ব-উভিত বস্তু অবশ্যই নিম্নে পত্তিত হবে— উক্তিটি একজন নিরানভারখাল* মানুষের উক্তি হতে পারে। অতি প্রাচীনকালে পৃথিবীটা যখন সমতল বলে বিবেচিত হ’ত তখন উর্ধ্ব ছিল স্বর্গের দিক—যেখানে দেবতারা বাস করেন, আর নিম্নে ছিল পাতালপুর্বীর দিক। যা কিছু স্বর্গীয় নয়, স্বাভাবিকভাবে তারা ভূতলে পত্তিত হয় এবং স্বর্গবৃষ্ট একজন দেবতা সঙ্গতভাবে স্বর্গচ্যুত হয়ে নিম্নের নরকে শেষ হয়ে যায়। প্রাচীন গ্রীসের বিখ্যাত জ্যোতিষবিদ ইরাটোস্থেনিস ও এরিস্টার্কাস যদিও পৃথিবীর গোলত্বের অত্যন্ত প্রত্যয় উৎপাদনকারী যুক্তি প্রদর্শন করেছিলেন তথাপি উর্ধ্ব ও অধঃ দিককে পরম-ভাবে চিহ্নিতকরণ গোটা মধ্যযুগ ধরে চলতে থাকে এবং এর সাহায্যে পৃথিবীর গোলত্বের ধারণাকে ঠাট্টা-বিজ্ঞপ করা হয়। যুক্তি দেখানো হ’ত,— অত্যন্ত সংগত যে, সেক্ষেত্রে প্রতিপাদ স্বানে বসবাসকারী লোকেরা চিংপটি হয়ে নিম্নে পত্তিত হবে এবং আরো অংশকার কথা যে সমস্ত সাগরের পানি ধরাপৃষ্ট ত্যাগ করে ঐ একই দিকে ধাবিত হবে।

ম্যাগিননের পৃথিবী প্রদক্ষিণের কালে যখন সকলের নিকট পৃথিবীর গোলত্ব প্রতিষ্ঠিত হ’ল তখন পরম দিকরূপে চিহ্নিত উর্ধ্ব ও অধঃ’র ধারণাকে সংশোধন করা ছাড়া উপায় রইল না। ভূ-গোলককে মনে করা হ’ল বিশুব্রজাণ্ডের কেন্দ্রে অবস্থিত এবং এর চারপাশে ধূরে চলেছে অন্য সব মহাকাশ বাসিন্দা। বিশুব্রজাণ্ডের এই ধারণা গড়ে ওঠে গ্রীক জ্যোতিষবিদ টলেমি এবং দার্শনিক অ্যারিস্টটল হতে। তখন মনে করা হ’ত সকল বস্তুর স্বাভাবিক গতি পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে, শুধু আঙন বার মাঝে

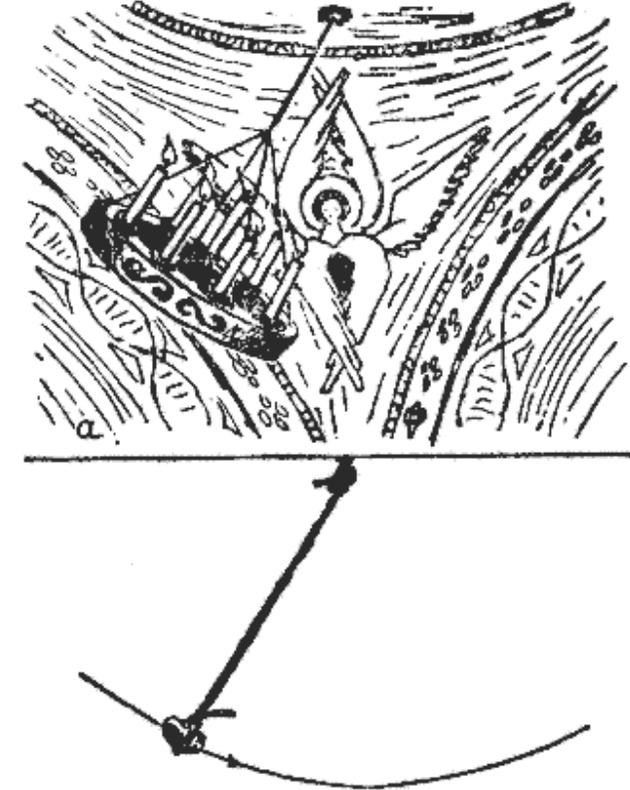
* নিরানভারখাল মানুষের অধি ১৮৫৭ খ্রী. জার্মানীর এক গুহায় আবিষ্কৃত হয়। তাদের অধি দেখে মনে হয় তারা এক স্বতন্ত্র প্রজাতি এবং আধুনিক মানুষের সাথে তাদের গঠন-সাদৃশ্য অত্যন্ত বেশী। অনুবাদক।

read  share

অপাণ্ডিত্যের কিছু হেঁচমা আছে যে এই নিয়মকে বৃদ্ধাপুষ্টি দেখিয়ে স্কলস্ট
কাঠি খণ্ড হতে উৎসর্গাণী হয়। অ্যান্টিস্টটিকের পাণ্ডিত্য ও দর্শন কয়েক
পতাকাধী করে মানুষের চিত্তকে প্রভাবিত করে রাখে। সেকালে বৈজ্ঞানিক
সমস্যার সমাধান করা হ'ত বুদ্ধিতর্কের মাধ্যমে এবং নীমাংসার সত্যতা
পরীক্ষার সাহায্যে সরাসরি যাচাইয়ের কোন চেষ্টা করা হ'ত না। উদাহরণ
স্বরূপ, সে সময়ে বিশ্বাস করা হ'ত ভারী বস্ত্র হালকা বস্ত্র অপেক্ষা অধিক
জ্বত নীচে পড়ে। কিন্তু পড়ন্ত বস্ত্র সম্পর্কে কোন পরীক্ষা সেকালে চালানো
হয়েছে বলে কোন দলিল আমাদের জানা নেই। দার্শনিকদের অল্পুহাত
ছিল, পড়ন্ত বস্ত্র এত জ্বত পড়ে যে তার গতি অনুসরণ মনুষ্য-চক্ষুর
অপাধ।

কিভাবে বস্ত্র পতিত হয় এ সম্পর্কে সর্বপ্রথম বিজ্ঞানসম্মত পরীক্ষার
সূচনা করেন বিখ্যাত ইতালীয় বিজ্ঞানী গ্যালিলিও গ্যালিলিই (১৫৬৪-
১৬৪২); এ সময়ে বিজ্ঞান ও কলা মধ্যযুগীয় কালমিজা ভেঙে সবেমাত্র
আড়মোড়া দিতে শুরু করেছে। সে সময়ের একটা গল্প, বেশ মুরবোরচক
কিন্তু সত্ত্ববত: সত্য নয়, এই যে সবকিছু শুরু হয় পিসা নগরীর
গীর্জার একটা খুলন্ত বাতিঘানের সোলন থেকে; গ্যালিলিও গীর্জার
উপাসনার ঘোপদান কালে অন্যমনস্কভাবে লক্ষ্য করেন একটি বাতিঘান,
যা ছালাঘানের সময়ে একপাশে টেনে ছেড়ে দেওয়ার ফলে দুলাছিল।
তিনি লক্ষ্য করেন যে সোলনের বিস্তার ধীরে ধীরে কমতে থাকলেও
সোলনের সময় (একপ্রান্ত হতে অন্য প্রান্তে যাওয়া ও ফেরৎ আসার সময়)
স্থির থাকে। বাড়ি ধিরে তিনি এই ঘটনা করে লক্ষ্য করা বিষয়ের সত্যতা
যাচাইয়ের জন্য স্ততা দিয়ে প্রস্তরখণ্ড বুলিয়ে নাড়ীর স্পন্দন দিয়ে সময়
মাপে পরীক্ষা চালান। সত্যই তো সোলনকাল সমান থাকছে, যদিও
সোলনের বিস্তার ক্রমান্বয়ে কমে আসছে। সৌভাগ্যবশত গ্যালিলিও
একজন পর এক পরীক্ষা করতে থাকেন—বিভিন্ন ভরের প্রস্তরখণ্ড এবং বিভিন্ন
দৈর্ঘ্যের স্ততা ব্যবহার করে। এ সকল পরীক্ষা থেকে তিনি এক কিসমত-
কর আবিষ্কারের সম্মুখীন হন: যদিও স্ততার দৈর্ঘ্যের উপরে সোলনকাল
নির্ভর করে (দৈর্ঘ্য বেশী হলে সময় বেশী লাগে), কিন্তু সোলনের সময়
প্রস্তরখণ্ডের ভরের উপর নির্ভরশীল নয়। এই পর্যবেক্ষণ কাল ভারী বস্ত্র
অপেক্ষাকৃত জ্বতপড়ন্তের তৎকারীন স্বীকৃত সত্যের বিরোধিতা করে।

প্রকৃতপক্ষে, সোলনের গতি কোন ভরের পড়ন্ত গতি ছাড়া আর কিছু নয়,
কোনমাত্র স্ততা ধারা আঁকা থাকার ফলে ভারী স্ত্রনমবিন্দু কেন্দ্রিক একটি



চিত্র ১. একটি সোলনবাতিঘানি এবং দড়িতে ধারা পালন একই পর্যায়ে
সোলন যদি স্ত্রনমের সৈম্য একই হয়।

বস্ত্রের চাপ বরাবর দুলাতে থাকে। যদি ভারী ও হালকা বস্ত্র একই দৈর্ঘ্যের
স্ততা দিয়ে বুলিয়ে, একই কোণিক বিস্তারে দুলায়ে দিলে একই সময়ে
সর্বদিন্দু বিন্দুতে আসে শুধুও তারা একই সময়ে পৃথিবী পৃষ্ঠে পড়বে
যদি একই উচ্চতা হতে এক স্বে ছেড়ে দেওয়া হয়। অ্যান্টিস্টটনীর
চিত্তার ধারক ও বাহকনের কাজে সত্যটি প্রতিষ্ঠার জন্য গ্যালিলিও পিসার

যুঁকে পড়া গীর্জার টাওয়ার বা অন্য কোন টাওয়ারে আরোহণ করেন (সম্ভবতঃ তিনি তাঁর কোন ছাত্রকে আরোহণ করতে নির্দেশ দেন) এবং একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তু একসাথে নীচে ফেলে দেন; বস্তু দুটি তাঁর বিরুদ্ধবাদীদের বিস্ময় উদ্বেক করে একসাথে নীচে পতিত হয়।

পরীক্ষাটি সম্পন্ন করার কোন সরকারী দলিল, মনে হয়, নেই। কিন্তু মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি যে তার তলের উপর নির্ভরশীল নয় এ সত্যের প্রধান আবিষ্কার হলে গ্যালিলিও। পরবর্তীকালে আরও অনেক সূক্ষ্ম ও নির্ভুল পরীক্ষার সাহায্যে সত্যটির যাচাই হয়েছে এবং গ্যালিলিও'র মৃত্যুর ২৭২ বছর পর এই সত্যটিকে আইনস্টাইন তাঁর আপেক্ষিক-তত্ত্বভিত্তিক অভির্কর্ষ সূত্রের ভিত্তি হিসেবে ব্যবহার করেন; তত্ত্বটি এই পুস্তকের শেষের দিকে বর্ণনা করা হবে।

স্মরণীয়: অতি সহজে গ্যালিলিও'র পরীক্ষার পুনরাবৃত্তি করা যায়, এ জন্য সতিয়া সতিয়াই কাউকে পিনা মগরীতে যেতে হবে না। একটা মুদ্রা ও একখণ্ড কাগজ নিয়ে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে মেঝের দিকে ছেড়ে দিন; দেখবেন মুদ্রাটা ভাড়াভাঙি আর কাগজটা একটু সময় নিয়ে মেঝেতে পৌঁছে। কিন্তু যদি কাগজটা দলা পাকিয়ে ছেড়ে দেন তাহলে তারা প্রায় সমান ক্রম পড়বে। একটা দীর্ঘ কাঁচের গিলিঙানের মধ্যে বায়ু পের করে তার মধ্যে মুদ্রা, দলা না পাকানো কাগজ ও একটা পালক পুরে ছেড়ে দিনে দেখবেন তারা সমান ক্রম পড়ছে।

পড়ন্ত বস্তুর গতি সম্পর্ক গ্যালিলিও'র পরবর্তী পদক্ষেপ ছিল পড়বার সময় ও অতিক্রান্ত দূরত্বের গাণিতিক সম্বন্ধ নির্ণয়। যেহেতু শুধু চোখে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি অনুসরণ করা সতিয়া দুঃসাধ্য ব্যাপার এবং সুভি কামেরার মতো অত্যাধুনিক যন্ত্র সেকালে ছিলও না, এজন্য গ্যালিলিও ঠিক করেন ঝাঁড়াভাবে বস্তুকে নীচের দিকে পড়তে না দিবে মাধ্যাকর্ষণকে 'মিস্তেজ' করতে হবে বস্তুকে হেলান তলে (inclined plane) গড়িয়ে পড়তে দিয়ে। হেলানতল বস্তুর ওজনকে আংশিকভাবে ঠেকা দেয়। এজন্য তিনি অনুধাবন করতে পেরেছিলেন যে এই তলে বস্তুর গতি পড়ন্ত বস্তুর মতোই হবে এবং শুধুমাত্র তলের কোণিক অবস্থানের উপর নির্ভর করে পড়ার সময়টা কিছু দীর্ঘ হবে। সময় মাপার জন্য তিনি জল-ঘড়ির ব্যবহার করেন; এখানে একটা ছিপিকে ইস্তামতো পোনা ও বহু করার ব্যবস্থা ছিল। ছিপি

দিয়ে নির্গত পানির ওজন থেকে তিনি সময় মাপতে পারতেন। বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত পরপর দূরত্বগুলি তিনি হেলান তলের উপর চিত্রিত করেন।

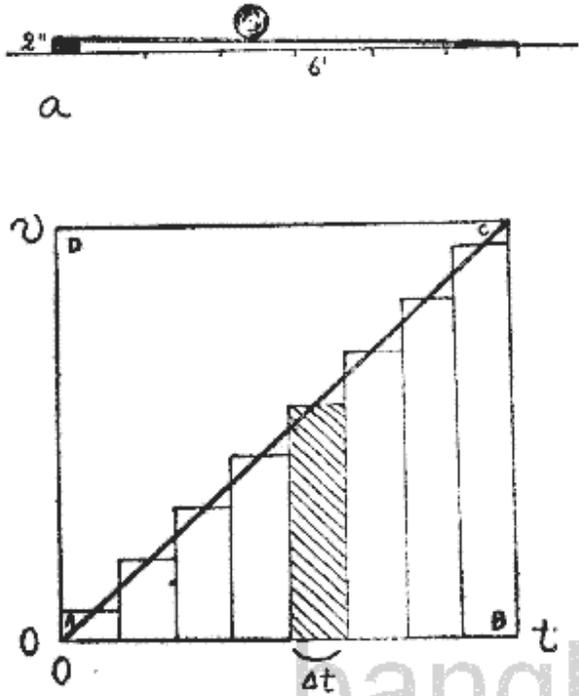


চিত্র ২. পিনা মগরী গ্যালিলিও'র পরীক্ষা।

অপনি অতি সহজে গ্যালিলিও'র পরীক্ষার পুনরাবৃত্তি করে তাঁর প্রাপ্ত ফলের সত্যতা যাচাই করতে পারেন।* ছয় ফুট লম্বা একটা মসৃণ বোর্ড

- * লেখক একজন সাময়িক বিজ্ঞানী না হওয়ায় তিনি নিজের অভিজ্ঞতা থেকে বলতে সক্ষম নন যে গ্যালিলিও'র পরীক্ষা সম্পন্ন করা কত সহজ; তবে তিনি বিভিন্ন উৎস থেকে দেখেছেন যে, পরীক্ষাটা খুব সহজ নয় এবং তিনি পাঠকদের দক্ষতা পরীক্ষা জন্য এটি সম্পন্ন করার পরামর্শ দিচ্ছেন।

নিম্ন; তারপর এই বোর্ডের এক প্রান্তের নিচে গোটা দুই বই রেখে একে মাটি থেকে দুই ইঞ্চির মতো উঁচু করুন (চিত্র ৩ক)। এখন এই বোর্ডের ঢালের (slope) পরিমাপ হবে $\frac{2}{6 \times 12} = \frac{1}{36}$ এবং মাধ্যাকর্ষণ এই অনুপাতে কমে যাবে। একটি বাতন সিলিণ্ডারকে (এটি বলের চেয়ে আন্তে গড়াবে) বোর্ডের উপর প্রান্ত থেকে ঠেলা না দিয়ে গড়িয়ে পড়তে দিন। একটি ঘড়ির টিক শব্দ অথবা মেট্রোনোম (তবলার মতো সঙ্গীতের তাল রাখার জন্য ব্যবহৃত যন্ত্র) শুনে পড়ন্ত সিলিণ্ডারের অবস্থান ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ সেকেন্ড অঙ্গে বোর্ডের উপর চিহ্নিত করুন। (পরীক্ষাটি বেশ কয়েকবার পুনরাবৃত্তি করে সঠিক অবস্থান নির্ণয় করতে হবে)। এ অবস্থায় উঁচু



চিত্র ৩. হেলান তলে একটি গড়ানশীল বেলন। গ্যালিলিও'র সমাকর্ষন পদ্ধতি।

প্রান্ত হ'তে অবস্থানগুলির মাপ হবে যথাক্রমে ১.৫৬, ১৪.৩, ৩২.২, ৫৭, (৮৯.৩) ইঞ্চি। বেগের পাঠের, যেমন গ্যালিলিও দেখেছিলেন যে ২য়, ৩য়, ৪র্থ সেকেন্ড হতে। সিলিণ্ডারের অবস্থান ১ম সেকেন্ড অঙ্গে অবস্থানের ৪, ৯, ১৬ ও ২৫ গুণ বেশী দূরে। এই পরীক্ষা থেকে প্রমাণিত হয়, পড়ন্ত বস্তুর বেগ বৃদ্ধি এমনভাবে ঘটে যে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব তার সময়ের বর্গের অনুপাতে বৃদ্ধি পায় (৪ = ২^২, ৯ = ৩^২, ১৬ = ৪^২, ২৫ = ৫^২)। প্রথমে একটি কাঠের সিলিণ্ডার নিয়ে তারপর আরও পাতলা নালমা কাঠের সিলিণ্ডার নিয়ে পরীক্ষাটি পুনরাবৃত্তি করুন; বেগের পাঠের অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং বেগ নির্দিষ্ট সময়ান্তরে অপরিবর্তিত থাকবে।

এরপর গ্যালিলিও যে সময়ের নিকেদৃষ্টিপাত করেন তা হচ্ছে সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তনের নিয়ম প্রতিষ্ঠা করা যা থেকে পরিনেমে উপরে উল্লিখিত সময় দূরত্বের বন্ধ পাওয়া যাবে। তিনি Dialogue Concerning two New Sciences নামক গ্রন্থে লিখেছেন যে, অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের অনুপাতে বাড়বে যদি বেগ সময়ের ১ম শক্তির অনুপাতে পাড়বে। ৩-৪ চিত্রে আমরা গ্যালিলিও'র যুক্তির কিছুটা আধুনিক সংস্করণ চিত্রিত করেছি। এখানে বস্তুর বেগ (v) ও সময় t এর একটি লেখ-চিত্র আঁকা হয়েছে। v যদি t এর সমানুপাতিক হয় তাহলে লেখ-চিত্রটি (0, 0) ও (v, t) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা হবে। এখন O হতে t পর্যন্ত সময়কে অনেকগুলি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমানভাগে ভাগ করে ভাগ কাঁচের উল্লম্ব (vertical) রেখা টানি। কয়েক চিত্রের মতো অনেকগুলি পাশে ছোট লম্বা আয়তক্ষেত্র পাওয়া যেন। এখন হেলান তলের সম্মুখ গতির বদলে, সিঁড়িতে গড়িয়ে পড়লে যেমন একটা অনিয়মিত গতির স্রষ্টা হয়—হঠাৎ করে গতির পরিবর্তন, কিছু সময় স্থির গতি হয়—তেমন গতি বিবেচনা করি। t অক্ষের ভাগকে যদি ক্রমাগত বর্ধিত করা যায় তাহলে গতির হঠাৎ পরিবর্তন ও স্থির গতির মাঝে পার্থক্য কমে কমে বিভাগ-সংখ্যা অসীম হলে তা একেবারে লুপ্ত হয়ে যাবে।

ক্ষুদ্র যে সময়ের বস্তুর গতি স্থির থাকে সে সময়ের বেগকে সময় দিয়ে গুণ করে অতিক্রান্ত দূরত্ব পাওয়া যাবে। কিন্তু বেগের মান আয়তক্ষেত্রের উচ্চতর মানের সমান এবং সময় আয়তক্ষেত্রের ভূমির সমান বলে এই গুণফল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। প্রতিটি ক্ষুদ্র আয়তক্ষেত্রের জন্য

এই প্রক্রিয়া ব্যবহার করে আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে, O হতে t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব সিজির ধাপগুলির ক্ষেত্রফলের সমান এবং t -এর বিভাগ-সংখ্যা অসীম হলে তা ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফলের সমান। কিন্তু এই ক্ষেত্রফল আরওক্ষেত্র $ABCD$ এর অর্ধেক এবং $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল ভূমি t ও উচ্চতা v -এর গুণফলের সমান। এজন্য t সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্বের জন্য আমরা লিখতে পারি:

$$S = \frac{1}{2}vt, \text{ যেখানে } t \text{ সময়ে বেগের পরিমাণ } v$$

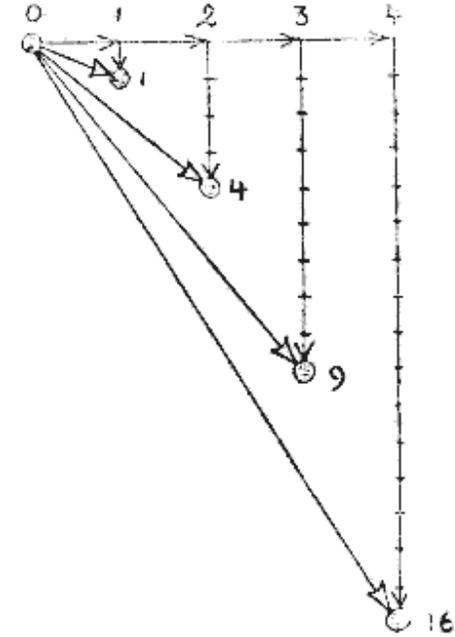
কিন্তু আমাদের স্বীকার্য অনুসারে v, t এর সমানুপাতিক; কাজেই $v = at$ যেখানে a একটি ধ্রুবক এবং বেগ পরিবর্তনের হার বরণের সমান। উপরের দুটি সূত্রের সাহায্যে আমরা পাই,

$S = \frac{1}{2}at^2$ এবং এর থেকেই প্রমাণ হচ্ছে যে অতিক্রান্ত দূরত্ব বেগের বর্গের অনুপাতে বৃদ্ধি পায়।

কোন জ্যামিতিক ক্ষেত্রে অনেকগুলো ক্ষুদ্র অংশে বিভক্তিকরণ ও বিভাগ সংখ্যা অসীম হওয়ার কারণে অংশগুলির আকার বেশীরকম ক্ষুদ্র হওয়ায় প্রাপ্ত ফলের বিবেচনা খ্রীস্টপূর্ব তৃতীয় শতাব্দীতে গ্রীক গণিতবিদ আর্কিমিডিস কর্তৃক শঙ্কু (cone) ও অন্যান্য জ্যামিতিক আকারের বস্তুর আয়তন নির্ণয়ের জন্য ব্যবহৃত হয়েছিল। কিন্তু গ্যালিলিওই প্রথম ব্যক্তি যিনি প্রক্রিয়াটিকে বলবিদ্যার ক্ষেত্রে ব্যবহার করেন এবং এভাবেই এক নতুন পদ্ধতির ভিত্তি প্রতিষ্ঠিত হয়েছিল যা পরবর্তীকালে নিউটনের হাতে গণিতশাস্ত্রের এক গুরুত্বপূর্ণ শাখারূপে বিস্তৃতি লাভ করে।

এই নব-বলবিদ্যার ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর অন্য একটি গুরুত্বপূর্ণ সংযোজন হচ্ছে গতির উপরিপাতন (superposition) প্রক্রিয়ার আবিষ্কার। আমরা যদি একটা প্রস্তরখণ্ড ভূমিতলের আনুভূমিকভাবে নিক্ষেপ করি আর যদি মাধ্যাকর্ষণ না থাকে তাহলে প্রস্তর খণ্ডটি বিলিয়র্ড টেবিলে বিলিয়র্ড বলের মতো সরলরৈখিক পথে চলতে থাকবে। অন্যদিকে, প্রস্তরখণ্ডকে ঝাড়া নীচের দিকে পড়তে দেওয়া হলে খণ্ডটি ক্রমবর্ধিত বেগের সাথে নীচে পড়তে থাকবে যার আলোচনা আমরা একটু পূর্বেই করেছি। প্রকৃতপক্ষে, আমরা দুটি বেগের উপরিপাতন পাই: প্রস্তরখণ্ড সমবেগে আনুভূমিক দিকে চলে এবং একই সঙ্গে ঝাড়ানো ক্রমবর্ধিত গতি সহকারে

পড়ে। অবস্থাটি নিচের চিত্রে বেধ-চিত্রের সাহায্যে দেখানো হয়েছে। প্রস্তর খণ্ডের নক্তি অবস্থানসমূহ তীরের (সাদা মাথা) মাথা থেকে পাওয়া যাবে। এই তীর ক্রমাগত লম্বা হয়েছে ও মূলবিন্দু কেন্দ্রিক ধরে গেছে।



চিত্র ৪. প্রথম বেগসহ আনুভূমিক গতি এবং উন্নয়ন সর্বস্বরণ বিশিষ্ট গতির সমন্বয়।

মূলবিন্দুর সাপেক্ষে গতিশীল বস্তুর পরপর অবস্থান নির্দেশকারী এ ধরনের তীরকে সরণ ভেক্টর বলা হয়। এই ভেক্টর তার দৈর্ঘ্য ও দিক দ্বারা নির্দিষ্ট। কোন বস্তু যদি পরপর কয়েকটি সরণ দ্বারা অবস্থান-বৃষ্টি হয় এবং প্রত্যেক সরণ যথাযথ সরণ ভেক্টর দ্বারা নির্দেশিত হয় তাহলে বস্তুর চূড়ান্ত অবস্থান একটি মাত্র সরণ ভেক্টর দ্বারা নির্দেশ করা যাবে এবং বলা হবে যে এই ভেক্টরটি পূর্বের ভেক্টরগুলির যোগফলের সমান। আপনি পূর্বধর্তা তীরের মাথা থেকে পরের তীরের গোড়া শুরু করে একটার পর একটা তীর আঁকতে থাকুন এবং সবশেষে প্রথম

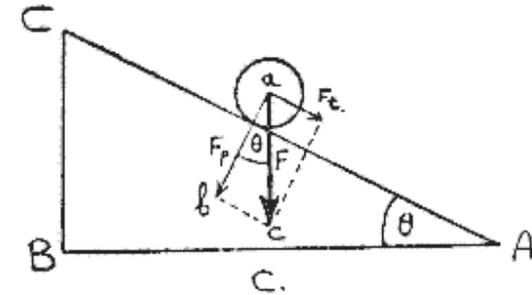
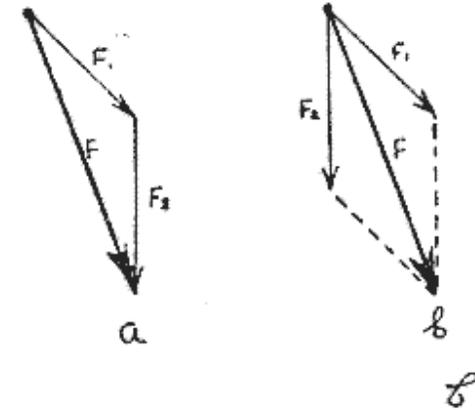
তীব্রের গোড়ার সাথে শেষ তীব্রের মাথা সরলরেখা দ্বারা যোগ করে দিন। উদাহরণস্বরূপ, সোলা কণার, একটি উড়োজাহাজ যদি নিউইয়র্ক থেকে শিকাগো, শিকাগো থেকে ডেনভার এবং শেষে ডেনভার থেকে ডালাস যায় তাহলে উড়োজাহাজটি নিউইয়র্ক থেকে সোলা পথে ডালাস গিয়ে পৌঁছাতে পারে। দু'টি ভেক্টরের যোগের অর্থাৎ একটি উপায় হচ্ছে তাঁর দু'টিকে একই বিন্দু থেকে আঁকার পর সামান্তরিক সম্পূর্ণ করে কর্ণ অঙ্কন করা, যেমন এনে চিত্রের ক ও খ-তে দেখানো হয়েছে। দু'টি চিত্রের তুলনা করলে সহজেই মনে নিতে হয় যে উভয় ক্ষেত্রে একই বল পাওয়া যায়।

সরল ভেক্টর ও তাদের যোগের কারণে বলবিদ্যার অসংখ্য দিক রাশির ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যেতে পারে। করণা করণ, একটি উড়োজাহাজবাহী সমুদ্রপোত নির্দিষ্ট বেগে উত্তর উত্তর-পশ্চিম দিকে অগ্রসর হচ্ছে। একজন নাবিক তার ডেক বরাবর মিনিটে নির্দিষ্ট বেগে জাহাজের ডানপাশ হতে বামপাশের দিকে দৌড়াচ্ছে। উত্তর বেগ বরাবর তাঁর একে এবং বেগের অনুপাতে তীব্রের দৈর্ঘ্য নিয়ে (অবশ্যই একই এককে দৈর্ঘ্য নিতে হবে) বেগ নির্দেশ করা যাবে। পানির তুলনায় নাবিকের বেগ কত? এর জন্য পূর্বের নিয়মে দু'টি বেগ ভেক্টরের যোগফল নির্ণয় করতে হবে অর্থাৎ দু'টি ভেক্টরকে সমিহিত বাছ গিয়ে সামান্তরিক সম্পূর্ণ করে কর্ণ আঁকতে হবে।

বলকেও ভেক্টর দ্বারা নির্দেশ করা যায়; ভেক্টরের দিক হবে প্রযুক্ত বলের দিক এবং দৈর্ঘ্য হবে বলের মানের সমান অর্থাৎ একই নিয়ম অনুসারে তাদের যোগ করা যাবে। উদাহরণস্বরূপ, হেলান তলে অবস্থিত একটি বস্তুর উপর মাধ্যাকর্ষণ বলের ভেক্টর নেওয়া যাক (চিত্র ৫ গ)। এই ভেক্টরটি অবশ্যই খাঁড়া নিম্নমুখী হবে; কিন্তু ভেক্টর যোগ নিয়মের উল্টো প্রক্রিয়ার দ্বারা আমরা একে দুই (বা তাত্ত্বিক) ভেক্টরের যোগ-ফলরূপে নির্দেশ করতে পারি। আমাদের উদাহরণে একটি ভেক্টরকে আমরা হেলান তলের সমান্তরাল এবং অন্যটি এইটির লম্ব বরাবর নিতে চাই। দেখা যায়, সমকোণী ত্রিভুজ ABC (হেলান তল) এবং abc (F, F_১ এবং F_২ দ্বারা গঠিত) পরস্পর সদৃশ কারণ A এবং a বিন্দুতে কোণগুলি সমান। ইউক্লিডীয় জ্যামিতি হতে পাওয়া যায়,

$$\frac{F_2}{F} = \frac{BC}{AC}$$

এবং এই সমীকরণটি উল্লিখিত ত্রিভুজগুলির হেলান তলে পর্বীকালক সমতুল্য আকারের মাত্রবোধে অর্থার্থিতা প্রমাণ করে।



চিত্র ৫. (a) ও (b) ভেক্টর যোগ করার দু'টি পদ্ধতি, হেলান তলে স্থাপিত একটি বলবাহী উপর ত্রিভুজের বলসমূহ।

হেলান তলের পর্বীকালক উপাত্ত (Data) দ্বারা একজন মুক্তভাবে পতনের জন্য বস্তুর ঘরণ ৩৮৬.২ ইঞ্চি/বর্গ সেকেন্ড পেতে পারে। (সম্ভবত: আপনি এর সমতুল্য মান ৩২.২ ফুট/বর্গ সেকেন্ড এর সাথে পরিচিত) বা মেট্রিক এককে ৯৮১ সে.মি/বর্গসেকেন্ড। ঘরণের এই মান ভূ-পৃষ্ঠের অক্ষাংশ এবং সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতার সাথে সামান্য পরিবর্তিত হয়।

দ্বিতীয় অধ্যায় আপেল ও চাঁদ

গীছ থেকে আপেলের পতন দেখে নিউটন কর্তৃক সর্বজনীন অভিকর্ষ-সূত্র আবিষ্কারের গল্পটি গ্যালিলিও'র পিয়ার গীর্জায় বাতিদানের দোলন লক্ষ্য করার মতো পৌরাণিক হতেও পারে, নাও হতে পারে। কিন্তু ঘটনাটি যে পৌরাণিক গল্প আপেলের মর্যাদা বৃদ্ধি করেছে, তাতে সন্দেহের কোন অবকাশ নেই। ইংলন্ডের আপেল—যার জন্য নাকি অর্প হতে তারা বহিষ্কৃত হয়, প্যারিসের আপেল—যার জন্য টুয়েন্ট যুদ্ধের সূত্রপাত হয় এবং উইলিয়ামটেলের আপেল—যা থেকে নাকি পৃথিবীর সবচেয়ে স্থিতিশীল এবং শান্তিপূর্ণ দেশের সৃষ্টি হয়, তাদের আপেলের মতো নিউটনের আপেল অত্যন্ত সঙ্গতভাবে সমান মর্যাদা পেতে পারে। তেইশ বছর বয়সী নিউটন যখন অভিকর্ষের প্রকৃতি নিয়ে চিন্তাভাবনা করছিলেন তখন তিনি যে গীছ থেকে আপেলের পতন লক্ষ্য করার প্রচুর সুযোগ পেয়েছিলেন তাতে কোন সন্দেহ নেই; কারণ ১৬৬৫ সালের লন্ডনে প্লেগ এসন মহামারী আকারে দেখা দেয় যে কেনব্রিজ বিশ্ববিদ্যালয় সাময়িকভাবে বন্ধ করে দেওয়া হয় এবং প্লেগ হতে আতঙ্কিত নিউটন সে বছর লিঙ্কনশায়ারের একটি খামারে অবস্থান করতে থাকেন। নিউটন তাঁর লেখায় মন্তব্য করেছিলেন “সে বছর আমি চিন্তা করতে থাকি যে অভিকর্ষ চাঁদ পর্যন্ত বিস্তৃত এবং চাঁদকে তার কক্ষপথে রাখতে যে বলের দরকার, তার সাথে ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষ বলের তুলনা করি।” এ বিষয়ে তাঁর উক্তি পরবর্তীকালে “Mathematical Principle of Natural Philosophy” নামক গ্রন্থে উদ্ধৃত করা হয়েছিল যা মোটামুটিভাবে নিম্নরূপ :

পর্বতশীর্ষে দাঁড়িয়ে যদি আনুভূমিকভাবে গুলী ছোঁড়া হয় তাহলে বুলেটের বেগের দু'টি অংশ থাকে : (ক) আনুভূমিক গতি যা বালুকের নল থেকে বহির্গত হওয়ার সময়ের বেগের সমান এবং (খ) মাধ্যাকর্ষণ বলের অধীনে ঘনত্বযুক্ত মুক্ত পতন বেগ। এই দুই গতির উপরিপাতনের ফলে বুলেটটি অধিবৃত্ত পথে চলে কিছু দূরে নীত হয় এবং মাটিতে আঘাত করে। পৃথিবী-



চিত্র ৬. লিঙ্কনশায়ার খামারে আছিলক নিউটন।

পথ সমতল হলে বুলেট সর্বদা সমরে মাটিকে আঘাত করবে যদিও আঘাত হয় বন্ধ হতে বেশ দূরে থেকে পারে। কিন্তু যেহেতু পৃথিবী গোলাকার, অতএব ভূ-পৃষ্ঠের ক্রমামূলিক বক্রতার জন্য বুলেটের পথও বাঁকা হতে

থাকবে এবং একটি নির্দিষ্ট বেগের জন্য বুলেট ভূ-পৃষ্ঠের বক্রতাকে অনুসরণ করতে পারে। এভাবে, যদি বাতাসের বাধা না থাকে তাহলে বুলেটটি কোনদিনই ভূ-পৃষ্ঠে পতিত না হয়ে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতার পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে পারে। এটিই ছিল কৃত্রিম উপগ্রহের প্রথম চিন্তা এবং মিউটন ধারণাটিকে এমন চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপিত করেছিলেন যা রকেট ও কৃত্রিম উপগ্রহ বিষয়ক সরাসরি রচনাশূন্যে আত্মকাল দেখা যায়। অবশ্য কৃত্রিম উপগ্রহগুলি পর্বত-শীর্ষ হতে ছোঁড়া হয় না; এগুলি প্রথমত পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল পর্বত বাড়া উপর দিকে তোলা হয়, তারপর বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের জন্য দরকারী আনুভূমিক বেগ দিয়ে ছেড়ে দেওয়া হয়। টাঁদের গতি এ ধরনের ক্রমাগত পতনশীল গতি যা সকল সময়ে ভূ-পৃষ্ঠকে স্পর্শ করতে অসমর্থ হচ্ছে। টাঁদের গতিকে এভাবে দেখে মিউটন টাঁদের উপর মাধ্যাকর্ষণ বলের মান নির্ণয় করতে পেরেছিলেন। মাধ্যাকর্ষণ বলের হিসাবের বর্তমান পদ্ধতিটা অনেকটা এরূপ:

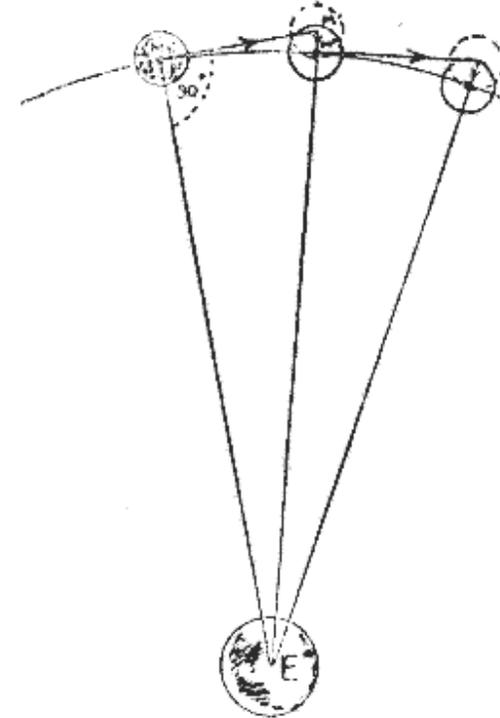
ধরা যাক, টাঁদ বৃত্তাকার পথে পৃথিবীর চারপাশে ঘুরছে। নির্দিষ্ট কোন সময়ে এর অবস্থান হবে M বিন্দুতে এবং কক্ষপথের ব্যাসার্ধের লম্ব বরাবর টাঁদের বেগ হবে v । টাঁদ পৃথিবী দ্বারা আকৃষ্ট না হলে এ সরল রেখা বরাবর চলতে থাকত এবং ক্ষুদ্র সময় Δt পরে M' অবস্থানে পৌঁছাত, যেখানে $MM' = v\Delta t$ । কিন্তু টাঁদের গতির আবেকটা অংশ আছে— তা হচ্ছে পৃথিবীর দিকে পতনশীল গতি। কাজেই এর প্রতিপথ বেঁকে যায় এবং M' বিন্দুতে আসার পরিবর্তে টাঁদ তার বৃত্তাকার গতিপথের M'' বিন্দুতে আসে এবং MM'' দূরত্বটি পৃথিবীর দিকে টাঁদের $\angle t$ সময়ে পতনশীল গতির কারণে অতিক্রান্ত দূরত্ব। এখন EMM' সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য— ‘সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র উহার অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান’—প্রয়োগ করলে পাওয়া যায়,

$(EM'' + M''M')^2 = EM^2 + MM'^2$ বা বর্গ করে পাওয়া যায়, $EM''^2 + 2EM'' \cdot M''M' + M''M'^2 = EM^2 + MM'^2$ যেহেতু $EM'' = EM$, অতএব আধারা উভয়-পার্শ্ব হতে এসের বাদ দিই

আপেল ও টাঁদ

এবং $2EM''$ দ্বারা ভাগ করে লিখি,

$$\frac{M''M'}{2EM''} + \frac{M''M'^2}{2EM''} = \frac{MM'^2}{2EM''}$$



চিত্র ৭. চন্দ্রের ধরনের হিসাব।

এখন একটি গুরুত্বপূর্ণ যুক্তির ব্যবহার করা হচ্ছে। যদি সময়ের অন্তরকে ক্ষুদ্র হতে ক্ষুদ্রতর বিবেচনা করি তাহলে $M''M'$ একই-ভাবে ছোট হতে থাকে এবং বায়ুপার্শ্বের দু'টি পদই শূন্যের কাছাকাছি এসে দাঁড়ায়। কিন্তু যেহেতু ২য় পদটিতে $M''M'$ এর বর্গ আছে এজন্য এই পদটি প্রথমটি অপেক্ষা ক্রান্ত শূন্যের কাছাকাছি আছে; প্রকৃতপক্ষে

যদি $\overline{M''M'}$ এর মান হয় $\frac{v}{10}$, $\frac{v}{100}$, $\frac{v}{1000}$ ইত্যাদি তাহলে এর বর্গের মান দাঁড়ায়, $\frac{v^2}{100}$, $\frac{v^2}{10000}$, $\frac{v^2}{10000000}$ ইত্যাদি।

এজন্য অভিকর্ষ সময় অন্তরের জন্য আমরা প্রথম পদের তুলনায় দ্বিতীয় পদকে অগ্রাহ্য করে লিখি: $\overline{M''M'} = \frac{MM'}{2EM}$; এভাবে লেখার কোন ভুল হবে না, অবশ্য যদি $\overline{M''M'}$ খুব ছোট হয়।

$\overline{MM'} = v\Delta t$ এবং $\overline{EM} = R$ হওয়ার আমরা উপরের সম্বন্ধকে লিখতে পারি, $\overline{M''M'} = \frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{R} \right) \Delta t^2$

গ্যালিলিও কর্তৃক পড়ন্ত বস্তুর পরীক্ষার আনোচনা কালে আমরা দেখতে পেয়েছি যে Δt সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্বের মান $\frac{1}{2} a\Delta t^2$, যেখানে a ছিল দ্রবণ; কাজেই দু'টি সম্বন্ধের তুলনা করে আমরা সিদ্ধান্ত টানি যে v^2/R হচ্ছে ঐ দ্রবণ a , যে দ্রবণে চাঁদ ক্রমাগতভাবে পৃথিবীর দিকে পড়তে থাকে, কিন্তু কোন সময়েই একে স্পর্শ করতে পারে না।

এজন্য আমরা দ্রবণের জন্য লিখি,

$$a = v^2/R = (v/R)^2 R = w^2 R, \text{ যেখানে } w = \frac{v}{R} \text{ কক্ষপথে}$$

চাঁদের কৌণিক বেগের মান। কৌণিক বেগ w (গ্রীক অক্ষর ওমেগা) দু'খণ্ডমান বস্তুর প্রদক্ষিণ কাল T -এর সাথে সহজ সম্পর্কযুক্ত। বাস্তবিক পক্ষে, আমরা এই সম্পর্কটিকে লিখতে পারি,

$$w = \frac{2\pi v}{2\pi R} = 2\pi \frac{v}{S}, \text{ যেখানে } S = 2\pi R, \text{ কক্ষপথের দৈর্ঘ্য।}$$

সহজেই প্রতীক্ষমান হচ্ছে যে প্রদক্ষিণ-কাল T , $\frac{S}{v}$ এর সমান যার ফলে পাওয়া যাচ্ছে $w = \frac{2\pi}{T}$, পৃথিবীর চারপাশ একবার প্রদক্ষিণ করতে চাঁদের

২৭.৩ দিন বা ২.৩৫×10^6 সেকেন্ড সময় লাগে। উপরের সহজে T এর এই মান বসিয়ে আমরা পাই, $w = ২.৬৭ \times 10^{-৬}$ সেকেন্ড w এর এই মান ব্যৱহার করে এবং $R = ৩৮৪০০০$ কিলোমিটার $= ৩.৮৪৪ \times 10^8$ সেন্টিমিটার

মিটার নিয়ে নিউটন চাঁদের পড়ন্ত গতির ক্ষেত্রে দ্রবণের মান পেয়েছিলেন ০.২৭ সে.মি./বর্গ সে: বা পৃথিবীপৃষ্ঠে পতনশীল বস্তুর দ্রবণের মান ৯৮.১ সে.মি./বর্গ সে: অপেক্ষা ৩৬৪০ গুণ ছোট। এখান থেকে দেখা যাচ্ছে যে মাধ্যাকর্ষণের মান পৃথিবী হতে দূরত্বের সাথে কমে যাচ্ছে। কিন্তু কমে যাওয়ার পরিমাণ কোন সুর মেনে চলে? পড়ন্ত আপেল ভূ-কেন্দ্রে হতে ৬৩৭১ কিলোমিটার দূরে এবং চাঁদ আরও ৩৮৪৪০০ কিলোমিটার দূরে; অর্থাৎ আপেল হতে চাঁদ ৬০.১ গুণ বেশী দূরে। দু'টি অনুপাত ৩৬৪০ ও ৬০.১ -এর তুলনা করে নিউটন লক্ষ্য করেন যে প্রথমটি দ্বিতীয়টির বর্গের প্রায় সমান; তার অর্থ মাধ্যাকর্ষণের সূত্রটি অত্যন্ত সরল: আকর্ষণ-বল দূরত্বের বিপরীতবর্গীয় নিয়মে কমে যায়।

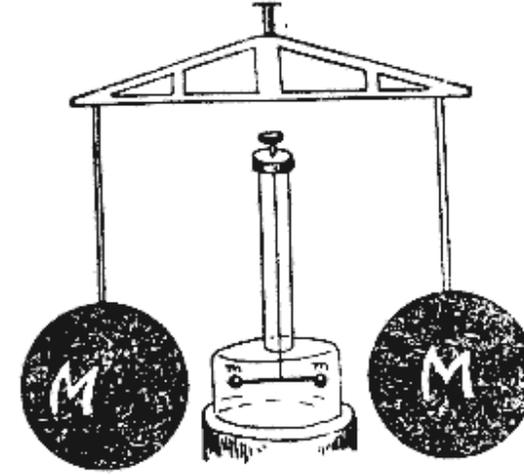
কিন্তু পৃথিবী যদি আপেল আর চাঁদকে আকর্ষণ করে তাহলে কেন মনে করা যাবে না যে সূর্য ও পৃথিবী এবং অন্যান্য গ্রহকে আকর্ষণ করে তাদের কক্ষপথে পরিভ্রমণ করিয়েছে? তারপর গ্রহদের মধ্যেও আকর্ষণ বল বিদ্যমান থাকা উচিত যে বল তাদের কেন্দ্রাতিগ আকর্ষণ বলকে কিছুটা পরিবর্তন করবে। আর যদি তাই হয় তাহলে দু'টি আপেলের মাঝেও আকর্ষণ-বল থাকতে হবে, যদিও বলের মান এত ক্ষুদ্র হবে যে আমাদের ইন্দ্রিয় দ্বারা তা অনুভব করা সম্ভব নয়। স্পষ্টত: এই সর্বজনীন অভিকর্ষ টান অবশ্যই আকর্ষণকারী বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল। নিউটন প্রদত্ত বলবিদ্যার একটি মূল নিয়ম অনুসারে, একটি নির্দিষ্ট বল নির্দিষ্ট কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে বস্তুতে যে দ্রবণের সৃষ্টি করে তা বলের সোজা সমানুপাতিক এবং বস্তুর ভরের বিপরীতানুপাতিক। প্রকৃতপক্ষেও তাই। বস্তুর ভর দ্বিগুণ হলে এতে একক ভরের সমান বেগ সঞ্চার করতে পূর্বের চেষ্ঠার দ্বিগুণ পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হয়। এজন্যই পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিও'র প্রাপ্ত ফল—সকল বস্তু মাধ্যাকর্ষণ টানে তাদের ভর-নির্ভরশীল সমান দ্রবণে পতিত হয়—হতে অবশ্যই এই সিদ্ধান্তে উপনীত হতে হয় যে আকর্ষণ-বল তাদের ভর অর্থাৎ কিনা দ্রবণ বাধালান-কারী প্রকৃতির সমানুপাতিক। যদি তাই হয় তাহলে অভিকর্ষ বলকেও বস্তুর ভরের সমানুপাতিক হতে দেখা যাবে। পৃথিবী ও চন্দ্রের মাঝের অভিকর্ষ বল অত্যন্ত বেশী, কারণ উভয় বস্তুই অত্যন্ত ভারী। আপেলের ভর বেশ ক্ষুদ্র পৃথিবী ও আপেলের মধ্যে আকর্ষণ-বল অবশ্যই নগণ্য

হবে। এ ধরনের যুক্তির সাহায্যে নিউটন সর্বজনীন অভিকর্ষ সূত্রে উপনীত হন। এই সূত্রে অনুগারে দু'টি বস্তু পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মান বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের বিপরীতানুপাতিক। যদি আমরা আকর্ষণকারী বস্তুদ্বয়ের ভরের জন্য M_1 , M_2 লিখি এবং তাদের মধ্যকার দূরত্বকে R দ্বারা নির্দেশ করি—তাহলে অভিকর্ষ ক্রিয়ার বলকে একটা সহজ সূত্রের মাধ্যমে লেখা যায়,

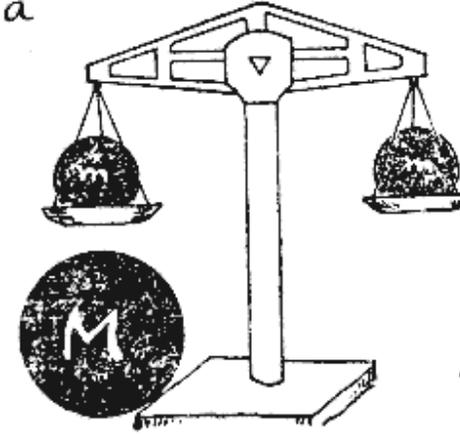
$$F = \frac{GM_1M_2}{R^2},$$

এখানে G (অভিকর্ষের জন্য) একটি সর্বজনীন ধ্রুবক।

দু'টি আপেলের চেয়ে বেশী বড় নয় এমন বস্তুর ক্ষেত্রে নিউটন তাঁর অভিকর্ষ সূত্রের সরাসরি পরীক্ষামূলক প্রমাণ দেখে যেতে পারেন নি। কিন্তু তাঁর মৃত্যুর ৭৫ বছর পর অন্য এক প্রতিভাবান বৃটিশ বিজ্ঞানী হেনরী ক্যাভেনডিশ সম্বেহাভীভাবে এই সূত্রের পরীক্ষামূলক প্রমাণ উপস্থাপিত করেন। সচরাচর দেখা যায়, এমন আকারের বস্তুর ক্ষেত্রে সূত্রটি প্রমাণের জন্য ক্যাভেনডিশ যে সূক্ষ্ম বস্তু ব্যবহার করেছিলেন তা তৎকালীন সময়ে যথকৌশলের পরিকাঠা বলে বিবেচিত হলেও আজকাল এটি পদার্থবিদ্যার যে কোন বস্তুত্ব-ক্ষেত্রে দেখতে পাওয়া যায় এবং এর দ্বারা নিউটনের অভিকর্ষ নিয়ম উপস্থাপন করে নবীন দর্শকদের মুগ্ধ করা হয়। ক্যাভেনডিশ পাল্লার মূলনীতি চনং চিত্রে দেখানো হয়েছে। পাতলা একটা দণ্ডের দুই প্রান্তে একটি ছোট গোলক যুক্ত করা হয়েছে এবং দণ্ডটি মাকড়সার জালের মতো চিকন লম্বা সূতা দিয়ে ঝুলিয়ে একটা কাঁচের বাস্তের মধ্যে রাখা হয়েছে যেন বায়ুপ্রবাহে এটি আন্দোলিত না হয়। কাঁচের বাস্তের বাইরে দু'টি বড় ভারী গোলক এমনভাবে ঝুলানো হয়েছে যেন গোলক দু'টিকে তাদের কেন্দ্রের চারপাশে ঘোরানো যায়। গোলকগুলি ভারসাম্যতার আসার পর বড় গোলক দু'টির অবস্থান পরিবর্তন করলে দেখা যায় ছোট গোলকসহ দণ্ডটি ভারী গোলকদের আকর্ষণে একটা ক্ষুদ্র কোণে ঘুরে যায়। ঘূর্ণন কোণের মান এবং ঘূর্ণনের জন্য সূতার বাঁধার পরিমাপ থেকে ক্যাভেনডিশ ছোট গোলকদ্বয়ের উপর বড় গোলকদের আকর্ষণ-বল হিসাব করতে পেরেছিলেন।



a



b.

চিত্র ৮. (a) ক্যাভেনডিশ পাল্লার মূলনীতি, এবং (b) নয়েজ-এর পরিবর্তন।

লক্ষ্য করেছিলেন; ছোট ওজনের উপর ভূ-গোলকের আকর্ষণ বড় গোলক বৃদ্ধি করে। প্রাপ্ত বিকোপ হতে বয়েজ বড় গোলক ও পৃথিবীর ভরের অনুপাত নির্ণয়ে সমর্থ হন। তিনি পৃথিবীর ওজন 6×10^{24} কিলোগ্রাম পেয়েছিলেন।

* ১ বিলিয়ন = ১০০ কোটি

এই পরীক্ষা থেকে তিনি নিউটনের সমীকরণে G এর গাণিতিক মান পেয়েছিলেন 6.66×10^{-8} , যদি দৈর্ঘ্য, ভর ও সময়কে যথাক্রমে সেন্টিমিটার, গ্রাম ও সেকেন্ডে মাপা হয়। এই মান ব্যবহার করে যে কেউ দু'টি আপেলের মধ্যকার আকর্ষণ-বল মাপতে পারে; আকর্ষণ-বল এক আউন্স ওজনের এক বিলিয়ন* ভাগের একভাগ পরিমাণ হবে।

পরবর্তীকালে বৃটিশ পদার্থবিদ সি.ভি. বয়েজ (১৮৫৫-১৯৪৪) সংশোধিতরূপে ক্যাভেনডিশের পরীক্ষাটি করেছিলেন। পাল্লার দুই পাশে দু'টি সমান ওজন স্থাপন করে তিনি পাল্লার একপাশের বাঁটির নিচে একটা ভারী গোলক রাখার খুব ছোট একটা বিকোপ

তৃতীয় অধ্যায়

ক্যালকুলাস

নিউটন তাঁর বৈজ্ঞানিক জীবনের প্রথমদিকে সর্বজনীন অভিকর্ষসূত্রের মৌলিক ধারণাগুলি পাওয়া সত্ত্বেও কেন বিশ বছর ধরে তার প্রকাশ স্থগিত রেখেছিলেন তা অস্পষ্টভাবে হৃদয়ঙ্গম করা কষ্টকর মনে হয়। তিনি সর্বজনীন অভিকর্ষসূত্রের সম্পূর্ণ গাণিতিক রূপ দিতে সমর্থ হওয়ার পর ১৬৮৭ খ্রীস্টাব্দে তাঁর প্রসিদ্ধ পুস্তক *Philosophical Naturalis Principia Mathematica*-তে মতবাদটি প্রকাশ করেন। প্রকাশে এই দীর্ঘ বিলম্বের কারণ হচ্ছে, যদিও তিনি অভিকর্ষের গোড়ার ভিত্তি নিয়ম সম্পর্কে একটা পরিষ্কার ধারণা পেয়েছিলেন তথাপি বস্তুদের ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার ক্ষেত্রে এই সূত্র প্রয়োগে প্রাপ্ত ফলাফলের সম্পূর্ণ বিশ্লেষণের জন্য যে গণিত প্রয়োজন ছিল তা তাঁর আয়ত্তের মধ্যে ছিল না। তাঁর সময়ের গাণিতিক জ্ঞান বস্তুদের ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার জন্য সঠিক অভিকর্ষ সমস্যার সমাধানে ছিল অপര്യാপ্ত। উদাহরণস্বরূপ, পূর্বের অধ্যায়ে আলোচিত পৃথিবী-চাঁদের আকর্ষণ বর্ণনার জন্য নিউটনকে ধরে নিতে হয়েছিল যে মাধ্যাকর্ষণ বল বস্তুদ্বয়ের কেন্দ্র-বিন্দুর মাঝের দূরত্বের বর্গের বিপরীতানুপাতিক। কিন্তু ভূ-গোলক কর্তৃক আপেল আকর্ষণের লব্ধি আকর্ষণ বল অসংখ্য পৃথক আকর্ষণ বলের সমষ্টি; যেমন আপেলবৃক্ষের নিচে, ভূ-ত্বকের বিভিন্ন গভীরতায় অবস্থিত শিলার আকর্ষণ হিসাবসহ ও বক্রপর্বতের শিলাখণ্ডের আকর্ষণ, প্রশান্ত মহাসাগরের পানির আকর্ষণ এবং ভূ-কেন্দ্রের চারপাশে অবস্থিত গলিত লোহার স্তরের আকর্ষণ। যে বল দ্বারা পৃথিবী চাঁদ ও আপেলকে টানে তার অনুপাত নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে পূর্বে আলোচিত পদ্ধতিকে গাণিতিকভাবে মিথুঁত করার জন্য নিউটনকে দেখাতে হয়েছিল যে ঐ সমস্ত আকর্ষণ-বল নিলে এমন একটিমাত্র আকর্ষণ বল তৈরি করে যা পৃথিবীর সমস্ত ভর তার কেন্দ্রে জমা হয়ে ঐ সমান বল তৈরি করতে পারে। সমস্যাটি গ্যালিলিও'র বস্তুর ক্রমবর্ধিত বেগের সমস্যার মতো, কিন্তু তার চেয়েও জটিল এবং এর সমাধান নিউটনের সময়ে প্রচলিত গণিতের নাগালের

বাইরে ছিল। এ জন্য তাঁকে নিজের প্রয়োজনে গণিতের বিকাশ সাধনে তৎপর হতে হয়েছিল আর তা করতে গিয়েই তিনি যে গণিতের ভিত্তি স্থাপন করেছিলেন তা ক্যালকুলাস বা অন্তরকলন-সমাকলন পদ্ধতি নামে পরিচিত। গণিতের এই শাখা এখন ভৌতবিজ্ঞানের যে কোন বিষয়ে জ্ঞানার্জনের জন্য নিশ্চিতভাবে আবশ্যিক এবং প্রাণিবিদ্যা বা অন্যান্য ক্ষেত্রেও দিন দিন প্রয়োজনীয় হয়ে পড়ছে। এর সাথে সনাতন গণিতশাস্ত্রের পার্থক্যটা হচ্ছে এই যে, এখানে যে পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয় তা পূর্বের জ্ঞানমিতির রেখা, তল ও আয়তনকে অসংখ্য ক্ষুদ্র অংশে বিভক্তিকরণের পর বিবেচনা করা হয় যদি ক্ষুদ্র অংশগুলি শূন্যের দিকে ধাবিত হয় তাহলে কি ঘটে? আমরা চাঁদের ক্রম নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ইতিপূর্বে নিউটনের এ ধরনের (১৪ পৃষ্ঠা) বুদ্ধির প্রয়োগ লক্ষ্য করেছি; সেখানে বাম পার্শ্বের দ্বিতীয় পদকে প্রথম পদের তুলনায় অগ্রাহ্য করা যাবে যদি আমরা চাঁদের অবস্থান পরিবর্তন শূন্যের কাছাকাছি ক্ষুদ্র সময়ের জন্য বিবেচনা করি। এ ধরনের যে কোন একটা সহজ গতির উদাহরণ নেওয়া যাক। উদাহরণে গতিশীল বস্তুর স্থানাঙ্ক x সময় t -এর কাংশন রূপে দেওয়া আছে। যোজ্য কথায়, এখানে t -এর পরিবর্তনের সাথে x -এর নিয়মিত পরিবর্তন ঘটে। সবচেয়ে সহজ ক্ষেত্রে x , t -এর সমানুপাতিক হতে পারে এবং আমরা নিখতে পারি, $x = At$, যেখানে A হচ্ছে এমন একটা ধ্রুবক যা সমীকরণের উভয় পার্শ্বের সমতা আনয়ন করে।

এই উদাহরণটি নিতান্তই মামুলি। আমরা দু'টি মুহূর্ত t এবং Δt বিবেচনা করি; এখানে সমবৃদ্ধি Δt কে প্রথমে ক্ষুদ্র ধরে নিয়ে পরে একে শূন্যের সমান করা হবে। এই ক্ষুদ্র সময়ে বস্তু

$$A(t + \Delta t) - At = A\Delta t$$

পথ অতিক্রম করছে। উভয় পার্শ্বকে Δt দ্বারা ভাগ করলে আমরা পাই A । এ ক্ষেত্রে কিন্তু আমাদের Δt কে অতিক্ষুদ্র বিবেচনা করতে হ'ল না; কারণ, Δt উভয় পার্শ্ব থেকে বাত পড়ল। এভাবে আমরা সময়ের সাথে x -এর পরিবর্তন-হার পাই যাকে নিউটন "Fluxion of x " বা x -এর পরিবর্তন-হার বলে অভিহিত করেছেন:

$$\dot{x} = A$$

এখানে x -এর উপরের 'ডট' বা বিন্দু সময়ের সাথে x -এর পরিবর্তন নির্দেশ করে।

এবার এর চেয়ে একটু জটিলতর উদাহরণ নেওয়া যেতে পারে, যেখানে $x = At^3$ । পুনরায় x এর মান t এবং Δt সময়ে নিয়ে আমরা পাই,

$$A(t + \Delta t)^3 - At^3$$

বন্ধনীমোচন করলে পাওয়া যায়,

$$At^3 + 2At\Delta t + A\Delta t^3 - At^3 = 2At\Delta t + A\Delta t^3$$

রাশিমানাকে Δt দ্বারা ভাগ করে দুই পদবিশিষ্ট রাশি $2At + A\Delta t$ পাওয়া গেল। এখন Δt শূন্যের কাছাকাছি ক্ষুদ্র হলে শেষ পদটি অদৃশ্য হয় এবং আমরা x -এর 'পরিবর্তন-হার' $x = At^3$ -এর জন্য পাই

$$\dot{x} = 2At$$

এবার $x = At^3$ উদাহরণ নেওয়া যাক। এখানেও আমাদের নির্ণয় করতে হবে : $A(t + \Delta t)^3 - At^3$ এর মান।

$(t + \Delta t)$ কে নিজেদের সাথে তিনবার গুণ করে At^3 বিয়োগ করলে পাই,

$$A(t^3 + 3t^2\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3) - At^3 = 3t^2\Delta t + 3At\Delta t^2 + A\Delta t^3$$

এখন Δt দ্বারা ভাগ করলে দাঁড়ায় :

$$3At^2 + 3At\Delta t + A\Delta t^2$$

যখন Δt এর মান অতি ক্ষুদ্র তখন শেষ দু'টি পদ অদৃশ্য হয় এবং আমরা $x = At^3$ -এর ক্ষেত্রে 'পরিবর্তন-হার'-এর জন্য পাই,

$$\dot{x} = 3At^2$$

এমনিভাবে আমরা $x = At^4$, $x = At^5$ ইত্যাদির ক্ষেত্রে পরিবর্তন-হারগুলি পাব $4At^3$, $5At^4$ ইত্যাদি। অতএব সাধারণ যে নিয়মটা লক্ষ্য করা যাচ্ছে তা হ'ল : $x = At^n$, যেখানে n একটি অখণ্ড সংখ্যা, সে ক্ষেত্রে x -এর পরিবর্তন-হার হচ্ছে $\dot{x} = n At^{n-1}$

উপরের উদাহরণগুলিতে আমরা সময়ের ১ম, ২য়, ৩য় ইত্যাদি শক্তির সরাসরি অনুপাতে পরিবর্তনশীল রাশি x -এর পরিবর্তন-হার নির্ণয় করলাম। কিন্তু যদি রাশি সময়ের বিভিন্ন শক্তির সাথে ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয় সে ক্ষেত্রে কি হবে? বীজগণিতের নিয়মানুসারে আমরা

জানি, $t^{-1} = \frac{1}{t}$; $t^{-2} = \frac{1}{t^2}$; $t^{-3} = \frac{1}{t^3}$; ইত্যাদি

এ সকল বিয়োগবোধক শক্তি ব্যবহার করে পূর্বের মতো অর্থসর হলে

$x = At^{-1}$, $x = At^{-2}$, $x = At^{-3}$ ইত্যাদির ক্ষেত্রে আমরা পরিবর্তন হার পাব :

$$\dot{x} = At^2, \dot{x} = -2At^{-3}, \dot{x} = -3At^{-4} \text{ ইত্যাদি।}$$

এগুলিতে বিয়োগচিহ্ন আবার কারণ হচ্ছে ব্যস্তানুপাতের ক্ষেত্রে পরিবর্তনশীল রাশির মান সময়ের সাথে কমে যায় এবং পরিবর্তন-হার হয় ঋণাত্মক। কিন্তু পরিবর্তন-হার নির্ণয়ের নিয়ম অপরিবর্তিত থেকে যায়, যেমন ছিল সরাসরি অনুপাতের ক্ষেত্রে। পরিবর্তন-হার পাওয়ার জন্য আমরা শক্তি-ফাংশনকে তার সূচক-সংখ্যা দ্বারা গুণ করে শক্তির মান এক একক কমিয়ে দিই। পূর্বে প্রাপ্ত সকল ফল আমরা নিচের ছকে সন্নিবেশিত করি :

$x =$	$At^{-3}; At^{-2}; At^{-1}; At; At^2; At^3; At^4; \text{ ইত্যাদি}$
$\dot{x} =$	$-3At^{-4}; -2At^{-3}; -At^{-2}; A; 2At; 3At; 3At^2; 4At^3 \text{ ইত্যাদি}$

নিউটন কর্তৃক ব্যবহৃত চিহ্ন \dot{x} , x এর পরিবর্তন-হার নির্দেশ করে এবং \ddot{x} এই পরিবর্তন-হারের পরিবর্তন-হার নির্দেশ করে। উদাহরণ স্বরূপ, যদি $x = At^3$ হয় তাহলে $\dot{x} = 3At^2$ এবং $\ddot{x} = \frac{d}{dt}(3At^2) = 3A \cdot 2t = 6At$

একইভাবে \ddot{x} -এর অর্থ হচ্ছে x -এর পরিবর্তন-হারের পরিবর্তন-হার ও আবার তার পরিবর্তন-হার এবং পূর্বের ক্ষেত্রের জন্য পাই,

$$\ddot{\ddot{x}} = \frac{d}{dt}(6At) = 6A$$

এই সহজ নিয়মগুলি এখন আমরা গ্যালিলিও'র পড়ন্ত বস্তুর সূত্রে প্রয়োগের চেষ্টা করতে পারি। প্রথম অধ্যায়ে আমরা t সময়ে বস্তুর কর্তৃক s দূরত্ব অতিক্রম করার জন্য পেয়েছি, $s = \frac{1}{2}at^2$

যেহেতু বেগ v হচ্ছে বস্তুর অবস্থান পরিবর্তনের হার, এজন্য আমরা পাই,

$$v = \dot{s} = \frac{ds}{dt} = at$$

এখানে দেখা যাচ্ছে, বেগ সময়ের সমানুপাতিক। বস্তুর দ্রুপ হচ্ছে তার বেগ-পরিবর্তনের হার (বা তার অবস্থান পরিবর্তন-হারের পরিবর্তন-হার) এবং এর জন্য পাই।

$$a = \dot{v} = \ddot{s} = a$$

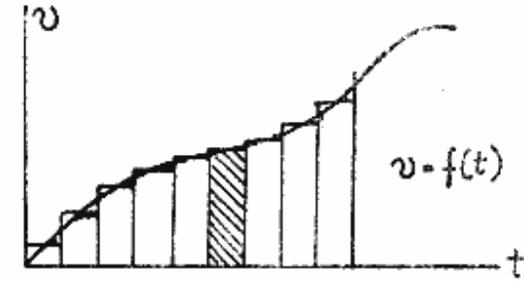
অবশ্যই ফলটি খুব গুরুত্বপূর্ণ নয়।

বিষয়টি পরিত্যাগের পূর্বে একটি জিনিস লক্ষ্য করা দরকার যে, নিউটনের পরিবর্তন-হার চিহ্ন আজকাল পুস্তকে ক্রটিং ব্যবহার করা হয়। যে সময়ে নিউটন তাঁর 'পরিবর্তন-হার' পদ্ধতির (বর্তমানে ব্যবকলন নামে পরিচিত) বিকাশ সাধনে তৎপর ছিলেন সে সময়ে জার্মান গণিতবিদ গটফ্রিড ডবলিউ. লাইবনিৎস (Leibnitz) একই বিষয়ে কাজ করছিলেন; অবশ্য তাঁর ব্যবহৃত চিহ্ন ও ভাষা কিছুটা আলাদা ছিল। নিউটন যাকে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ইত্যাদি 'পরিবর্তন-হার' নামে অভিহিত করেন লাইবনিৎস তাদের প্রথম, দ্বিতীয়, ইত্যাদি অন্তরকলন নাম দেন এবং \dot{x} ,

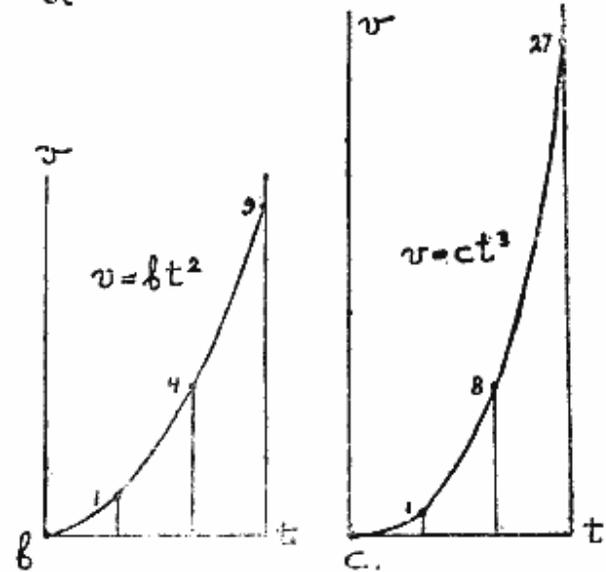
\ddot{x} , \dddot{x} ইত্যাদি লেখার পরিবর্তে লেখেন, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^3x}{dt^3}$ ইত্যাদি।

অবশ্য উভয়ের পদ্ধতির গাণিতিক বিষয়বস্তু ছিল অভিন্ন। যেখানে অন্তরকলন পদ্ধতিতে জ্যামিতিক ক্ষেত্রের অংশগুলি যখন অতিক্রম মানের হয় তখন তাদের সংযোজক সম্পর্ক নিয়ে আলোচনা করে, সেখানে সমাকলন হিসাববিধিতে ঠিক এর উল্টোটি করা হয়: অতিক্রম অংশগুলির সমাকলন করে ক্ষেত্রটির পুরো গঠন সম্পন্ন করা হয়। আমরা প্রথম অধ্যায়ে এর গাফাৎ পেয়েছি যেখানে গ্যালিলিও'র পদ্ধতি বর্ণনাকালে অসংখ্য ক্ষুদ্র আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল যোগ করে একটি ক্ষেত্র পাওয়া গিয়েছিল; ক্ষুদ্র আয়তক্ষেত্রগুলি ক্ষুদ্র সময় অন্তরে বস্তুর গতি নির্দেশ করেছিল। শব্দ (cone) ও অন্যান্য জ্যামিতিক ক্ষেত্রের আয়তন নির্ণয়ের জন্য এ ধরনের পদ্ধতি গ্যালিলিও'র পূর্বে গ্রীক গাণিতবিদরা ব্যবহার করেছিলেন, যদিও অনুরূপ ধরনের সমস্যার সমাধানে এই পদ্ধতির গাঠিক ব্যবহার তখন জানা ছিল না।

অন্তরকলন ও সমাকলন পদ্ধতির পারস্পরিক সম্পর্ক অনুধাবনের জন্য এখানে একটি বিন্দুর গতি আলোচনা করা যেতে পারে। বিন্দুর



a



চিত্র ২. সমাকলন (a) ঐচ্ছিক কাংশন; (b) দ্বিঘাত কাংশন; (c) ত্রিঘাত কাংশন।

বেগ v সময় t -এর কাংশন $v(t)$ চিত্র ৯ হারা প্রকাশ করা যায়। চিত্র ৩-এ প্রদর্শিত বিষয়ের ক্ষেত্রে যে ধরনের যুক্তি দেওয়া হয়েছিল ঠিক সে প্রকারের যুক্তি দিয়ে আমরা বলতে পারি যে সময়ে বিন্দু কতৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব s , বেগের হার নিচের ক্ষেত্রফল দ্বারা নির্দেশ করা যায়। কোন

বিশেষ মুহূর্তে v -এর পরিবর্তনের হার সে মুহূর্তের বেগ নির্দেশ করে, এজন্য আমরা নিউটন ও লাইবনিৎস অনুসরণ করে লিখতে পারি :

$$\dot{s} = v \text{ বা } \frac{ds}{dt} = v$$

সুতরাং v যদি সময় t -এর কাংশন হিসাবে দেওয়া থাকে তাহলে s অবশ্যই সময়ের এমন কাংশন হবে যে, এর পরিবর্তন-হার বা অন্তরকলন v এর সমান হবে। সমস্বরণে গতিশীল বস্তুর জন্য: $v = at$, এজন্য আমাদের সময়ের এমন কাংশন নির্ণয় করতে হবে যেন তার পরিবর্তন-হার at -এর সমান হয়। ২৩ পৃষ্ঠার ছক থেকে আমরা দেখতে পাই যে, At^2 -এর পরিবর্তন-হার $2At$; কাজেই $\frac{1}{2}At^2$ -এর অন্তরকলন At -এর সমান। এভাবে আমরা পাই $s = \frac{1}{2}at^2$, এখানে A -এর পরিবর্তে a লেখা হয়েছে। গ্যালিলিও জ্যামিতির সাহায্যে ঠিক এই একই ফলে উপনীত হয়েছিলেন।

এখন আরো দু'টি জটিল বিষয় নিয়ে আলোচনা করা যেতে পারে। এর একটি ক্ষেত্রে বেগ সময়ের বর্গের অনুপাতে এবং অন্যটির ক্ষেত্রে বেগ সময়ের 'ঘন' অনুপাতে বৃদ্ধি পায়। এ দু'টির জন্য আমাদের অকশাই লিখতে হবে,

$$v = bt^2 \text{ এবং } v = ct^3$$

এ দু'টির লেখচিত্র ৯ নং চিত্রে দেখানো হয়েছে এবং পূর্বের উদাহরণের মতো অতিক্রান্ত দূরত্বেরটির নিচের ক্ষেত্রফল দ্বারা নির্দেশিত হয়। কিন্তু যেহেতু এ সকল ক্ষেত্রে রেখা সরল নয় এ জন্য কোন সহজ জ্যামিতিক নিয়মে এদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা সম্ভব নয়। নিউটনের পদ্ধতি ব্যবহারের জন্য ২৩ পৃষ্ঠার ছকের দিকে তাকালে আমরা দেখতে পাই যে At^3 ও At^4 -এর জাতরাশি হচ্ছে (derivative) $3At^2$ ও $4At^3$; জাতরাশিগুলি বেগের রাশির মতোই, পার্থক্য শুধু তাদের সহগে। এভাবে $3A = b$ এবং $4A = c$ ধরে রেখার অন্তর্গত ক্ষেত্রফলের মান পাওয়া যায়,

$$s_b = \frac{1}{3} bt^3 \text{ এবং } s_c = \frac{1}{4} ct^4$$

পদ্ধতিটি সাবিকভাবে প্রয়োগ করা যায় এবং যে কোন শক্তির t -এর জন্য

প্রযোজ্য হওয়া ছাড়াও আরও জটিল সমস্বয় যেন,

$$V = at + bt^2 + ct^3 \text{-এর জন্যও প্রয়োগ করা যায়।}$$

$$\text{এর জন্য আমরা পাই, } s = \frac{1}{2} at^2 + \frac{1}{3} bt^3 + \frac{1}{4} ct^4$$

এই আলোচনা হতে লক্ষ্য করা যায় যে সমাকলন পদ্ধতি অন্তর-কলনের ঠিক বিপরীত: এখানে এমন অজানা কাংশন খুঁজতে হয় যার জাত-রাশি একটি নির্দিষ্ট প্রদত্ত কাংশনের সমান। এজন্য আমরা ২৩ পৃষ্ঠার ছকের সারি দু'টিকে বিনিময় করে এবং আংকিক সহগগুলিকে পরিবর্তন করে লিখি:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= At^{-4}; At^{-3}; At^{-2}; A; At; At^2; At^3; \text{ ইত্যাদি} \\ x &= \left[-\frac{A}{-3}t^{-3}, -\frac{A}{2}t^{-2}; -At^{-1}; At; \frac{A}{2}t^2; \frac{A}{3}t^3; \frac{A}{4}t^4; \right. \\ &\quad \left. \text{ইত্যাদি} \right] \end{aligned}$$

আমরা বলি যে x হচ্ছে \dot{x} -এর সমাকলন। নিউটনের চিহ্ন অনুসরণ করে লেখা যায়, $x = (x)$ যেখানে x -এর মাথার ডট ও ডায়াম পরস্পরকে কাটা-কাটি করে। লাইবনিৎস-এর চিহ্ন অনুসরণে লেখা হয়, $x = \int \dot{x} dt$,

এখানে ডায়াম পাশের প্রথম চিহ্নটি লম্বা হয়ে যাওয়া S ছাড়া আর কিছুই নয় এবং এটি sum বা যোগ অর্থ নির্দেশ করে।

এখন এই নতুন ছকটি সমস্বরণ গতির পুরাতন দৃষ্টান্তে ব্যবহার করা যাক। ফল সমান থাকে বলে আমরা লিখি,

$$\ddot{x} = a \text{ বা } \left[\dot{x} \right] = a$$

$$\text{এখান থেকে পাওয়া যায়: } \dot{x} = \int a dt = at$$

দ্বিতীয়বারের মতো সমাকলন করলে নতুন ছকের সাহায্যে পাওয়া যায়,

$$x = \int at dt = \frac{a}{2} t^2$$

অর্থাৎ পূর্বের পাওয়া সেই একই ফল। যদি স্বরণ সমান না থেকে সময়ের

সমানুপাতিক হয় তাহলে পাওয়া যায়

$$\ddot{x} = bt$$

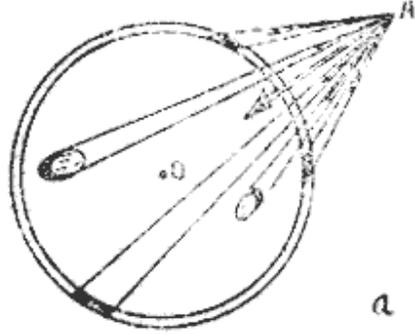
$$\dot{x} = \int btdt = \frac{1}{2}bt^2$$

$$x = \int \frac{1}{2}bt^2dt = \frac{b}{2} \int t^2 dt = \frac{b}{6}t^3$$

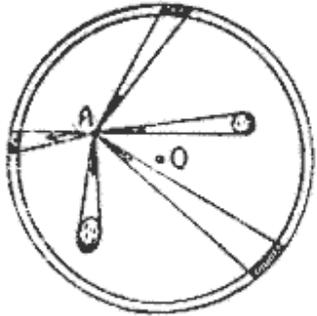
এ ক্ষেত্রে গতিশীল বস্তু দ্বারা অতিক্রান্ত পুরাত্ন সময়ের 'ঘন'-এর সাথে বৃদ্ধি পায়।

সমাকলন ও অন্তরকলন পদ্ধতির এই প্রাথমিক আলোচনাকে তিন-মাত্রার ক্ষেত্রে, যেখানে স্থানাঙ্ক x, y, z বিদ্যমান, প্রয়োগ করা যাবে।

সে সব পাঠক বর্তমান আলোচনা মহত্বে বৃদ্ধিতে পারছেন তাঁদের উপর সে বিষয়ের ভার ছেড়ে দিয়ে আমরা সে আলোচনা থেকে বিরত থাকিলাম।



a



b

সমাকলন-অন্তরকলন পদ্ধতির মূল নীতিগুলির বিকাশ করার পর নিউটন তাদের সর্বজনীন অভিকর্ষ মতবাদের প্রতিবন্ধকসমূহ অপসারণের জন্য প্রয়োগ করেন; প্রথমত পৃথিবী কর্তৃক তার কেন্দ্র হতে যে কোন পুরাত্ন ক্ষুদ্র বস্তুর উপর মাধ্যাকর্ষণ টানের সমস্যা সমাধানে ব্যবহার করেন। এই উদ্দেশ্য সাধনের জন্য তিনি পৃথিবীকে অনেকগুলি এককেন্দ্রিক খোলকে (shell) বিভক্ত করেন এবং প্রত্যেক খোলকের অভিকর্ষ টানকে

পৃথক পৃথকভাবে (চিত্র ১০) বিচার করেন। সমাকলন পদ্ধতি প্রয়োগের জন্য আনাদের প্রত্যেক খোলকের (shell) তলকে সমান ক্ষেত্রফলের অসংখ্য ক্ষুদ্র তলে বিভক্ত করে প্রত্যেক ক্ষুদ্র ক্ষেত্র 'O' বস্তুকে যে বিপরীত বর্গ নিয়মে আকর্ষণ করে তার মান হিসাব করা প্রয়োজন। এভাবে বিশ্লেষণ করলে আমরা 'O' গাঠী অসংখ্য বল ভেক্টর পাঁচ বাঁদের সমাকলন ভেক্টর যোগপ্রক্রিয়া দ্বারা করা যাবে। বিষয়টির যথাযথ হিসাব আমরা প্রাথমিকভাবে সে আলোচনা করেছি তার দ্বারা সম্ভব না হলেও নিউটন এর সমাধান করতে সমর্থ হন। প্রাপ্ত ফলটি এরকম: O বিন্দু যখন খোলকের বাইরে তখন সকল ভেক্টর মিলিত হয়ে এমন একটি ভেক্টর তৈরি করে যা খোলকের সম্পূর্ণ ভর তার কেন্দ্রে জমা হলে তৈরি করত। আর O বিন্দু খোলকের অভ্যন্তরে হলে সকল ভেক্টরের যোগফল শূন্য হ'ত এবং কোন অভিকর্ষ টান বস্তুর উপরে কাজ করত না। পৃথিবীর আপেক্ষিক আকর্ষণ সমস্যার সম্ভোষণক নিষ্পত্তি এই ফলের সাহায্যে করা যায় এবং এভাবেই যুবক নিউটন লিঙ্কনশায়ারের বাথার বাগানে প্রকৃতির দহস্য উদ্ঘাটনের চেষ্টায় যে অভিকর্ষ সূত্রের সূত্রপাত করেন তার যথার্থতা প্রতিপন্ন হয়।

চিত্র ১০. (a) বাহুবিশিষ্টে বর্গাকার খোলকের অভিকর্ষ বল; (b) একই বল, বাহুবিশিষ্ট পুর পরিবর্তে অভ্যন্তরে।

চতুর্থ অধ্যায়

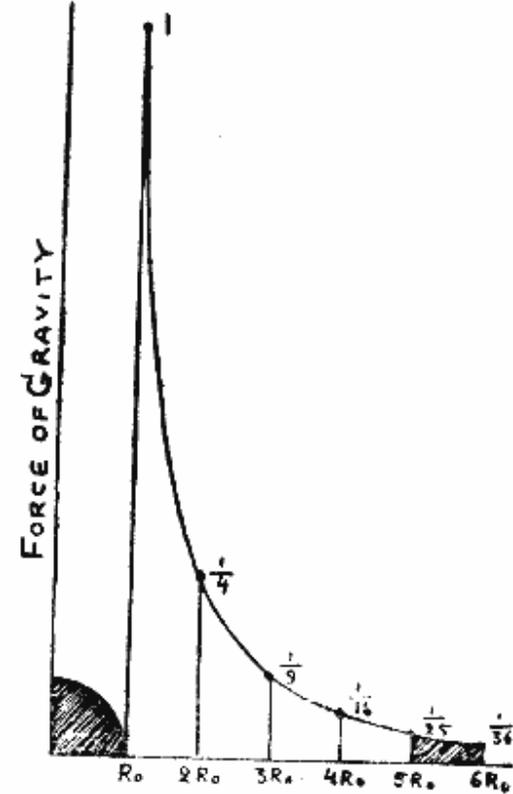
গ্রহসমূহের কক্ষপথ

ক্যালিকুলাস সম্পর্কে আমরা এখন কিছু জ্ঞান লাভ করেছি; আমাদের এই লক্ষ্য জ্ঞানকে এখন অভিকর্ষ টানে গতিশীল স্বাভাবিক ও কৃত্রিম মহাজাগতিক বস্তুর ক্ষেত্রে প্রয়োগের চেষ্টা করতে পারি। একটি বকেট কত দ্রুত নিক্ষেপ করা হলে তা পৃথিবীর আকর্ষণ ছাড়িয়ে চলে যেতে পারবে? আমরা প্রথমে সে হিসাব করতে চাই। ধরা যাক, কয়েকজন লোক একটি বিরাট পিয়ানো রাস্তার তল থেকে একটি বহুতল বাড়ির কোন নির্দিষ্ট তলায় উঠাবে। সকলেই (বিশেষ করে ধীর পিয়ানো তুলছেন) এ বিষয়ে একমত হবেন যে একতলায় তুলতে যে কাজ করতে হয় তিনতলায় তার তিনগুণ বেশী কাজ করতে হবে। তারী আসবাবপত্র উঠাতে কাজের পরিমাণ ভরের অনুপাতেও বৃদ্ধি পায় এবং ছাঁচি চেয়ার উঠাতে একটি চেয়ার উঠানোর ছয়গুণ বেশী কাজ করতে হয়।

অবশ্যই এগুলি খুব সাধারণ ব্যাপার এবং একটি বকেট বেশ উঁচুতে উঠিয়ে নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপন করতে বা চাঁদের পৃষ্ঠে স্থাপনের মতো উঁচুতে হলে কি পরিমাণ কাজ করতে হবে? এ ধরনের প্রশ্নের উত্তর পেতে আমাদের অবশ্যই মনে রাখতে হবে যে অভিকর্ষটান পৃথিবীর কেন্দ্রে হতে দ্রুত বৃদ্ধির সাথে কমে থাকে; যত বেশী উঁচুতে আমরা বস্তুর উঠাব, আরও বেশী উঠানোর কাজ তত সহজ হতে থাকবে।

১১ নং চিত্রে পৃথিবীর কেন্দ্রে হতে দূরত্বের সাথে অভিকর্ষের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। কোন বস্তুর পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে (কেন্দ্রে হতে R_0 দূরত্বে অবস্থিত) R দূরত্ব পর্যন্ত উঠাতে প্রয়োজনীয় মোট কাজ নির্ণয়ের জন্য আমাদের উর্ধ্বদিকে অভিকর্ষের ক্রম হ্রাসের পরিপ্রেক্ষিতে R_0 হতে R দূরত্বকে অসংখ্য ক্ষুদ্র অংশ dr -এ বিভক্ত করে প্রত্যেক অংশের জন্য কাজের পরিমাণ নির্ণয় আবশ্যিক। যেহেতু উচ্চতার সময় তারতম্যের জন্য অভিকর্ষ মোটামুটিভাবে স্থির (আসবাবপত্র সরানোর বিষয়টি সম্বরণ করুন) ধরা যেতে পার, অতএব আমরা কাজের পরিমাণ বস্তুর উঠানোর বলকে

উল্লিখিত দূরত্ব দ্বারা গুণ করে অর্থাৎ ১১ নং চিত্রের রেখাঙ্কিত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল থেকে পাই। ক্ষুদ্র সম্বরণকে শূন্য সীমার নিকটবর্তী



চিত্র ১১. দূরত্বের সাথে অভিকর্ষ বল-হ্রাস (R_0 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ)।

করে আমরা বলতে পারি যে একটি বস্তুর R_0 হতে R উচ্চতায় উঠাতে মোট কাজের পরিমাণ, আকর্ষণ বল চিহ্নিতকারী রেখার অন্তর্গত ক্ষেত্রফলের সমান বা পূর্বের অধ্যায়ের চিত্রের সাহায্যে, সমাকলন:

$$W = \int_{R_0}^R G \frac{Mm}{r^2} dr = G Mm \int_{R_0}^R \frac{1}{r^2} dr$$

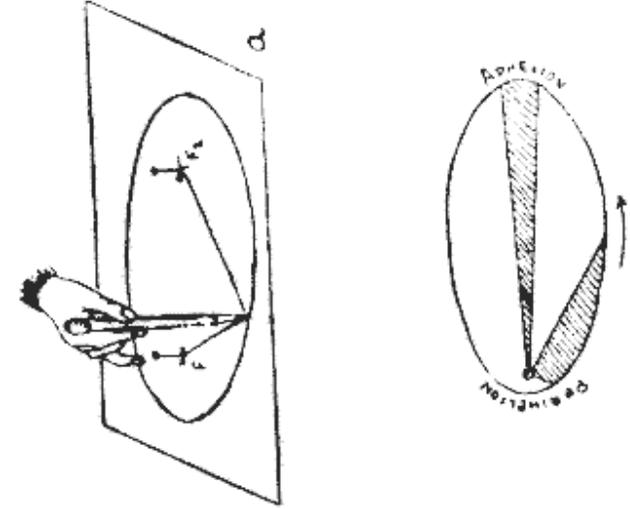
(স্থির মানের রাশি সমাকলন পদ্ধতিতে পরিবর্তিত হয় না বলে আমরা GMm কে সমাকলন চিহ্নের বাইরে এনেছি : সমাকলনের চূড়ান্ত ফলকে এটা ধারা গুণ করা হবে।) ২৭ পৃষ্ঠার ছক থেকে আমরা দেখতে পাই যে $\frac{1}{r^2}$ এর সমাকলিত ফল হচ্ছে $-\frac{1}{r}$ (যেহেতু $\frac{1}{r}$ জাতরাশি হচ্ছে $-\frac{1}{r^2}$) অতএব কাজের পরিমাণ হচ্ছে :

$$W = -G \frac{Mm}{R} - \left(-G \frac{Mm}{R_0} \right) = GMm \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right)$$

সহক $P_R = -\frac{GM}{R}$ কে (একক ভরের বস্তুকে উঠানোর সাথে সম্পর্ক যুক্ত) মাধ্যাকর্ষণ বিভব বল। হয় এবং দেখা যাচ্ছে যে, একক ভরকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতার উঠাতে কাজের পরিমাণ, এ দুই ভায়গায় বিভব-পার্শ্বক্যের সমান।

এ ধরনের ছেঁচিখাট ব্যাপার তথ্যানুসন্ধানের প্রথমদিকেই নিউটনের জানা ছিল। কিন্তু তাঁর অর্ধশতাব্দী পূর্বে জার্মান জ্যোতিষবিদ যোহানস্ কেপলার সূর্যের চারপাশে গ্রহদের এবং গ্রহের চারপাশে উপগ্রহদের আবর্তনের যে সকল নিয়ম প্রতিষ্ঠা করে যান সেগুলির বাধ্যতার মতো কঠিন কাজের মুখোমুখি তাঁকে হতে হয়। তুলনামূলকভাবে স্থির নক্ষত্রের চার পাশে গ্রহগুলির গতির নিরীক্ষাকালে কেপলার তাঁর শিক্ষক টাইকো ব্রাহের প্রাপ্ত উপাত্তসমূহের সাহায্য পান। কেপলার লক্ষ্য করেন যে, সকল গ্রহ সূর্যকে দুই উপকেন্দ্রের একটিকে কেন্দ্র করে উপবৃত্তাকার পথে ভ্রমণ করে। প্রাচীন গ্রীক পণ্ডিতগণ এভাবে উপবৃত্তের সংজ্ঞা দেন : শঙ্কুর অক্ষের সাথে হেলানো কোন তল শতকে যে তলে ছেঁদ করে তার প্রস্থচ্ছেদই হচ্ছে উপবৃত্ত। ছেঁদকারী তল যত বেশী হেলানো থাকবে উপবৃত্তও তত দীর্ঘ হবে। তল যদি অক্ষের উপর লম্ব হয় তাহলে উপবৃত্তটি একটি বৃত্তের রূপ পরিগ্রহ করে। এই সংজ্ঞার সমতুল্য আরেকটি সংজ্ঞা হচ্ছে, উপবৃত্ত এমন একটি আবদ্ধ ক্ষেত্র যার পরিধির উপরে কোন বিন্দু কেন্দ্রের দীর্ঘ অক্ষের উপর অবস্থিত দু'টি কেন্দ্র হতে সকল সময় সমান দূরে থাকে। উপবৃত্তের এই

সংজ্ঞা থেকে দু'টি পিন এবং এক টুকরা স্নাতার সাহায্যে সহজে চিত্র ১২-এর মতো ক্ষেত্রটি আঁকা যায়।



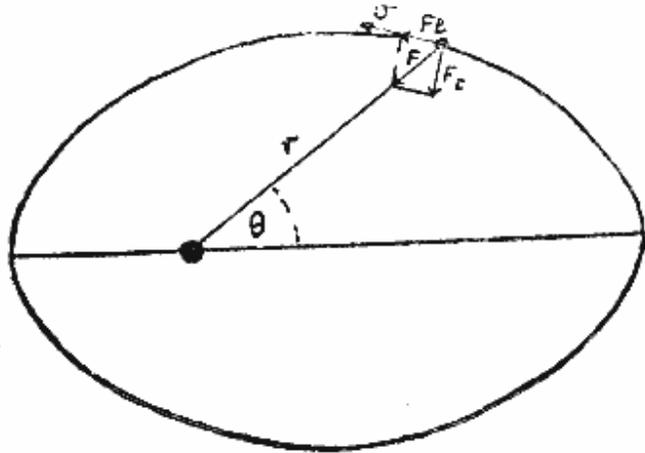
চিত্র ১২. (a) উপবৃত্ত আঁকার সহজ পদ্ধতি; (b) কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র।

কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র বলে যে, উপবৃত্তাকার পথে গ্রহসমূহের ভ্রমণ পথ এমন হয় যে সূর্য ও গ্রহের মধ্যে সংযোগকারী কোন কাল্পনিক রেখা সমান সময়ে গ্রহদের কক্ষপথের সমান ক্ষেত্র তৈরি করে (চিত্র ১২)।

সবশেষে তৃতীয় সূত্র, যেটি ন' বছর পর কেপলার প্রকাশ করেছিলেন। এই সূত্র অনুসারে, সকল গ্রহের প্রদক্ষিণাকালের বর্গের অনুপাত তাদের সূর্য হতে গড় দূরত্বের 'ঘন'-এর অনুপাতের সমান। উপগ্রহসংকল্প, বুধ, শুক্র, মঙ্গল ও বৃহস্পতি গ্রহের দূরত্ব সূর্য হতে পৃথিবীর দূরত্বের এককে (যাকে দূরত্বের জ্যোতিষ একক বলা হয়) যথাক্রমে ০.৩৮৭, ০.৭২৩, ১.৫২৪, ৫.২০৩ একক এবং তাদের প্রদক্ষিণকাল যথাক্রমে ০.২৪১, ০.৬১৫, ১.৮৮১ এবং ১১.৮৬০ বছর। এখন প্রথমোক্ত সংখ্যাগুলির (দূরত্ব) ঘন করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় পরের সংখ্যাগুলির (প্রদক্ষিণকাল) বর্গ করলে সেই একই সংখ্যা পাওয়া যায়, যেমন ০.০৫৮০, ০.৩৭৮৫, ১.৫০৯৬ এবং ১৪০.৮৫।

গবেষণার প্রথমদিকে মিউটন সাংলোর খ্যাতিরে তাঁদের কক্ষপথকে পুরোপুরি বৃত্তাকার ধরেছিলেন এবং এভাবে ধরে নেওয়ার ফলে ইতিপূর্বে

দ্বিতীয় অধ্যায়ে আলোচিত অতিকর্ষ-সূত্র সহজরূপে প্রতিষ্ঠা করতে সমর্থ হয়েছিলেন। কিন্তু প্রথম ধাপ অতিক্রমের পর তাঁকে প্রমাণ করতে হয়েছিল যে, যদি অতিকর্ষ-সূত্র সঠিক হয় তাহলে গ্রহদের কক্ষপথ বৃত্ত হতে বৃষ্টি হয়ে উপবৃত্তাকার রূপ পরিগ্রহ করবে যার এক কেন্দ্রে অবস্থান করবে সূর্য। একই উক্তি চন্ড্রের জন্যও প্রযোজ্য, কারণ এর কক্ষপথ পুরোপুরি বৃত্তাকার নয়, বরং উপবৃত্তাকার। নিউটন সমান্তর জ্যামিতির শুধুমাত্র বৃত্ত ও সরলরেখার ধারণা দিয়ে এই প্রমাণ প্রতিষ্ঠা করতে পারেননি এবং পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে, সমস্যার সমাধানের জন্যই তিনি অন্তরকলন পদ্ধতির উন্নতি সাধন করেন। পূর্বের অধ্যায়ে অন্তরকলনের বেটুকু আলোচনা করা হয়েছে, তার দ্বারা গ্রহদের পথ যে উপবৃত্তাকার হবে সে সম্পর্কে নিউটনের প্রমাণের আলোচনা করা সম্ভব নয়, কিন্তু আশা করা যায় এর দ্বারা পাঠকগণ অন্তত এটুকু বুঝতে সমর্থ হবেন কি করে নিউটন সমস্যার সমাধানে অগ্রসর হয়েছিলেন। নিম্নে কক্ষপথ OO' -এ v বেগে গতিশীল একটি গ্রহের গতি আমরা ১৩ নং চিত্রে দেখিয়েছি। এক্ষণে গতির ক্ষেত্রে যে কোন সময়ে গ্রহের অবস্থান সূর্য হতে এর দূরত্ব r এবং সূর্যের



চিত্র ১৩, উপবৃত্তাকার কক্ষপথ বরাবর গ্রহের গতির উপর ত্রিভুজের বলসমূহ। * সাথে তার সংযোগকারী রেখা (ব্যাসার্ধ ভেক্টর) নির্দিষ্ট কোন দিক, বরাযাক, উপবৃত্তাকার তলে অবস্থানকারী কোন স্থির মূলজের দিকের সাথে যে কোন θ করে তার দ্বারা নির্দেশ করা সুবিধাজনক। গ্রহের অবস্থান

স্থানক r ও θ ; কিন্তু তার অবস্থান পরিবর্তনের হার পাওয়া যাবে \dot{r} ও $\dot{\theta}$ দ্বারা এবং পরিবর্তনের হারের পরিবর্তন-হার (অর্থাৎ ত্বরণ) পাওয়া যাবে দ্বিতীয় পরিবর্তন-হার \ddot{r} এবং $\ddot{\theta}$ দ্বারা। গ্রহের উপর মাধ্যাকর্ষণ বল $F = \frac{GMm}{r^2}$ সাধারণভাবে কক্ষতলের লম্ব বরাবর নয়, যেমনটি বৃত্তপথে গতির জন্য হয়ে থাকে। এজন্য আমরা বলের যোগ নিয়ম ব্যবহার করে বেগকে দু'টি অংশে ভাগ করি: একভাগ F_1 যার দিক কক্ষপথ বরাবর এবং অন্য ভাগ F_2 যার দিক পূর্বের ভাঁথের লম্ব বরাবর।*

এরপর নিউটনের বলবিদ্যার মূল সূত্র—কোন দিক স্বরণের মান ঐ দিক বরাবর কার্যকরী বলের সমানুপাতিক—ব্যবহার করে গ্রহের গতির অন্তরকলন সমীকরণ পাওয়া যায়। এসব সমীকরণ স্থানাঙ্ক r, θ , তাদের প্রথম পরিবর্তন-হার $\dot{r}, \dot{\theta}$ এবং দ্বিতীয় পরিবর্তন-হার $\ddot{r}, \ddot{\theta}$ এর মধ্যে সম্বন্ধ প্রতিষ্ঠা করে। এর পরের কাজ শুধুমাত্র গণিতের সাহায্যে হিসাব করা— r এবং θ কিভাবে সময়ের উপর নির্ভর করে যেন তারা নিজেলা এবং তাদের প্রথম পরিবর্তন-হার, দ্বিতীয় পরিবর্তন-হার অন্তরকলন সমীকরণগুলিকে সিদ্ধ করে। প্রাপ্ত উত্তর হতে দেখা যাবে, বেগ অবশ্যই এমন একটি উপবৃত্তাকার পথে হতে থাকবে যার একটি কেন্দ্রে সূর্য অবস্থান করে এবং ব্যাসার্ধ ভেক্টর সমান সময়ে সমান ক্ষেত্র তৈরি করে।

এখানে আমরা যদিও কেপলারের প্রথম দু'টি সূত্রজাত বিষয়ের শুধুমাত্র 'বর্ণনামূলক' আলোচনা করতে সমর্থ হয়েছি, তবু তৃতীয় সূত্রের সঠিক প্রতিষ্ঠা বৃত্তাকার কক্ষপথের উপর ভিত্তি করে করতে আমরা সক্ষম। প্রকৃতপক্ষে, আমরা দ্বিতীয় অধ্যায়ে দেখেছি যে, বৃত্তপথে গতির কেন্দ্রাভিমুখী ত্বরণ হচ্ছে (কেন্দ্রের দিকে) v^2/R , যেখানে v বস্তুর বেগ এবং R তার কক্ষপথের ব্যাসার্ধ। যেহেতু কেন্দ্রাভিমুখী ত্বরণকে বস্তুর ভর দ্বারা গুণ করলে মাধ্যাকর্ষণ বল পাওয়া যাবে, এজন্য আমরা লিখি:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$$

* F_1 এবং F_2 সূত্র দু'টি যথাক্রমে লম্ব ও ছেদক দিক নির্দেশ করে।

অপরদিকে, বৃত্তাকার কক্ষপথের দৈর্ঘ্য $2\pi R$ হওয়ায় একবার প্রদক্ষিণের সময় পাওয়া যাবে নিম্নোক্ত সূত্র

$$T = \frac{2\pi R}{v} \text{-এর সাহায্যে।}$$

এখান থেকে আমরা পাই,

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

প্রথম সমীকরণটিতে এই মান বসিয়ে আমরা পাই,

$$\frac{m4\pi^2 R^3}{T^2 R} = \frac{GMm}{R^2}$$

সামান্য রদবদলের পর এবং m কে দু'পাশ থেকে বাদ দিয়ে আমরা পাই,

$$4\pi^2 R^3 = GMT^2$$

ব্যস! কাজ শেষ। যা কিছু পাওয়ার ছিল তা সব এই সূত্রেই আছে। সূত্র অনুসারে R -এর মান T -এর বর্গের সমানুপাতিক এবং এটাই কেপলারের তৃতীয় সূত্র।

ক্যালকুলাস পদ্ধতির ব্যাপকতর প্রয়োগে দেখানো যায় যে, এই একই সূত্র সঠিক উপবৃত্তাকার কক্ষপথের জন্যও প্রযোজ্য হয়।

এভাবেই নিউটন তাঁর সময়ের সমাধান-উপযোগী গণিত আবিষ্কার করে দেখাতে সমর্থ হন যে সৌরপরিবারের সদস্যরা তাঁর সর্বজনীন অভিকর্ষ-সূত্র মেনে চলে।

পঞ্চম অধ্যায়

পৃথিবী : একটি ঘূর্ণমান লাটিম

পৃথিবীর আকর্ষণ কিরূপে চাঁদকে তার কক্ষপথে ধরে রাখে এবং কিভাবে সূর্যের আকর্ষণ পৃথিবী ও অন্যান্য গ্রহকে উপবৃত্তাকার পথে নিজের চারপাশে পরিভ্রমণ করায়, এসকল প্রশ্নের সমাধানের পর নিউটন ভূ-গোলকের আপন অক্ষের চারধারে ঘূর্ণনের উপর এই দুই মহাকাশীয় বস্তুর প্রভাবের প্রতি মনোযোগ নিবদ্ধ করেন। তিনি বুঝতে পেরেছিলেন যে, পৃথিবীর অক্ষকেন্দ্রিক ঘূর্ণনের ফলে এর আকার নিশ্চয়ই একটা চেপে যাওয়া গোলকের মতো হবে কারণ নিরক্ষ এলাকার মাধ্যাকর্ষণ তান কেন্দ্রাতিগ বল দ্বারা কিছুটা পূরণ হয়। বাস্তবিক পক্ষে ঘটেও শুধি, কারণ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ নিরক্ষরেখা বরাবর মেরু অঞ্চলের চেয়ে ১৩ মাইল বেশী এবং অভিকর্ষজনিত স্বরণ নিরক্ষ অঞ্চলে মেরু অঞ্চল অপেক্ষা ০'৩ শতাংশ কম। সুতরাং পৃথিবীকে মনে করা যায় একটি গোলক যা নিরক্ষীয় অংশে স্ফীত; স্ফীতির পরিমাণ বিঘূর্ণীয় অঞ্চলে ১৩ মাইলের মতো এবং মেরু অঞ্চলে শূন্য। পৃথিবীর গোলকাকার অংশের পদার্থের উপর সূর্য ও চাঁদের আকর্ষণ পৃথিবীর কেন্দ্রে প্রযুক্ত একটি বলের সমতুল্য হলেও নিরক্ষীয় স্ফীতির উপর আকর্ষণ বল ঠিক এভাবে কাজ করে না। যেহেতু আকর্ষণ দূরত্বের সাথে কমে সেরূপ স্ফীত অংশের যে ভাগ আকর্ষণকারী বস্তুর (সূর্য ও চাঁদ) দিকে থাকে তার উপর আকর্ষণ বল F , উল্টো দিকের চেয়ে বেশী। ফলে একটা টর্ক বা মোচড় দেওয়া বলের অস্তিত্ব দেখা যায় যা পৃথিবীর ঘূর্ণনের অক্ষকে সোজা করতে চেষ্টা করে যেন অক্ষটি পৃথিবীর অক্ষতলের (উপবৃত্ত) বা চক্রের অক্ষতলের উপর লম্ব হয়। কিন্তু এসব বলের প্রভাবে ঘূর্ণন-অক্ষের গতি যেমন হওয়া উচিত তেমনটি হয় না কেন?

এ প্রশ্নের উত্তর পেতে হলে আমাদের বুঝতে হবে যে আমাদের ভূ-গোলক তার গতির দিক দিয়ে কিরূপে বড় একটা ঘূর্ণমান লাটিমের মতো; মজার খেলনা হিসেবে যার সাথে আমরা শিশুকাল থেকে পরিচিত।

করা হয়। ঘূর্ণনের ক্ষেত্রেও অনুরূপ পদ্ধতি অনুসরণ করা যায়। এক্ষেত্রে ঘূর্ণনের আঙ্গ বরাবর তীরচিহ্ন দেওয়া হয় এবং তীরের দৈর্ঘ্য কৌণিক



চিত্র ১৫. পেন্সন-এর পরীক্ষা।

বেগের মান নির্দেশ করে, প্রতিমিনিটে ঘূর্ণন সংখ্যা বা অর্ধ কোন এককের সমতুল্য গ্রহণ করা হয়। তীরচিহ্নের দিক ঠিক করা হয় ডানহাতি স্ক্রু নিয়ম দিয়ে। ডানহাতের আঙুলগুলি যদি ঘূর্ণনের দিকে বাঁকানো হয় তাহলে বুঝে আঙুল ভেঙেবের দিক নির্দেশ করবে। (যখন আপনি কোন কাঁচের বোতলের ঢাকনা বা অন্য কোন কিছু খুলতে যান তখন আপনি নিয়মটির সহজ উদাহরণ দেখতে পান।) ১৪ নং চিত্রের উপরের অর্ধাংশে S ভেঙেবের ফ্রাইডইলের ঘর্ণন বেগ নির্দেশ করে; মহাকর্ষের জন্য উদ্ভূত

টর্ক (মোচড়ান বল) কাঁটা ব্যবস্থা বরাবর ভেঙেবের T দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে। বৈখিক বেগের নিয়ম ঘূর্ণন বেগের ক্ষেত্রে প্রসারিত করলে আমরা বেগ-পরিবর্তনের হার টর্কের সমানুপাতিক পাওয়ার আশা করি। এভাবে ঘূর্ণমান ল্যাটিনের উপর মহাকর্ষের প্রভাবের কল্পে S দ্বারা প্রদর্শিত বেগ ভেঙেবের পরিবর্তিত হলে S' ভেঙেবের রূপ পাবে অর্থাৎ একটি উল্লম্ব অক্ষের চারদ্বারে ঘূর্ণন হবে। ঠিক এরকমের আচরণই লক্ষ্য করা যায় ঘূর্ণমান ল্যাটিনের ক্ষেত্রেও।

ফ্রাইডইলের কৌণিক বেগ, টর্ক এবং লব্ধি বেগের মধ্যে সম্বন্ধ ১৪ নং চিত্রের হাতি দ্বারা দেখানো হয়েছে। আপনার ডান হাতের মালের আঙুল যদি ঘূর্ণন ভেঙেব বুজে আঙুল টর্ক ভেঙেব নির্দেশ করে তাহলে আপনার তর্জনী সমগ্র ব্যবস্থার লব্ধিঘূর্ণন দিক নির্দেশ করবে।

আমরা সে ঘটনার বর্ণনা এইমাত্র করলাম তাকে অয়ন (Precession) বলা হয় এবং যে সকল বস্তু যোবে, সেগুলি গ্রহ-নক্ষত্র হোক বা বাচ্চাদের খেলনা হোক বা পরমাণুর ইলেকট্রন হোক—সব ক্ষেত্রেই এটা বিদ্যমান থাকবে। পৃথিবীর গতির ক্ষেত্রেও অয়ন ঘটে সূর্য এবং চন্দ্রের আকর্ষণের জন্য; তার মধ্যে চন্দ্রই মুখ্য ভূমিকা পালন করে, কারণ সূর্যের চেয়ে কম ভারী হওয়া সত্ত্বেও তা পৃথিবীর অনেক নিকটে। সূর্য ও চন্দ্রের সিন্ধিত অয়ন পৃথিবীর অক্ষকে বছরে ৫০ কৌণিক সেকেন্ডে ঘুরায় এবং এভাবে প্রতি ২৫,৮০০ বছরে একটি পুরো বৃত্তে ঘুরায়। এই ব্যাপারটি বসন্ত ও শীতের আবহের সময়ের বীর পরিবর্তন ঘটায় এবং বিষয়টি যদিও গ্রীক জ্যোতির্বিদ হিপারখাস খ্রীস্টপূর্ব ১২৫ বছর আগে আবিষ্কার করেন, তবু এর ব্যাখ্যা নিউটনের সর্বজনীন অভিকর্ষ মতবাদের পূর্বে পাওয়া যায়নি।

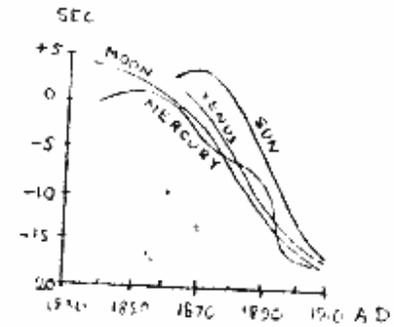
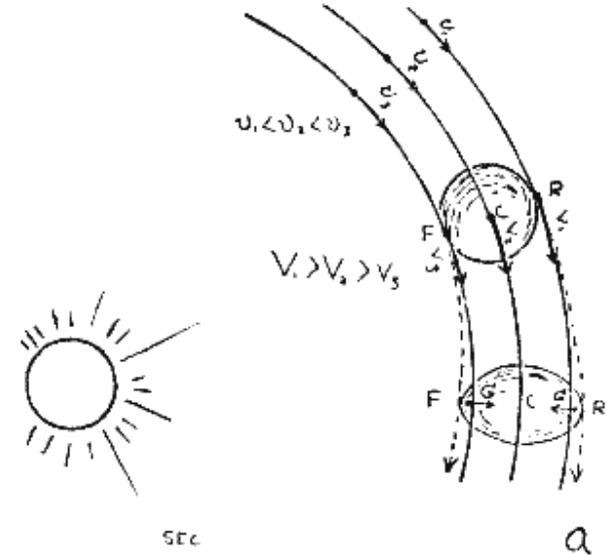
ষষ্ঠ অধ্যায় জোয়ার-ভাটা

পৃথিবীর উপর সূর্য ও চন্দ্রের আর একটি গুরুত্বপূর্ণ প্রভাব হচ্ছে পৃথিবী গোলকের দৈনিক বিকৃতি যা সমুদ্রের জোয়ার-ভাটার মধ্যে স্পষ্টরূপে লক্ষ্য করা যায়। নিউটন অনুধাবন করেছিলেন যে, নির্দিষ্ট সময়ান্ত্রে সমুদ্রের পানির স্ফীতির কারণ পানির উপর সূর্য ও চন্দ্রের আকর্ষণকল; এ ক্ষেত্রে চন্দ্রের প্রভাব অপেক্ষাকৃত বেশী, কারণ যদিও চন্দ্র সূর্যের চেয়ে কম ভারী তবু তা আমাদের অনেক বেশী নিকটে। তাঁর বক্তব্য অনুসারে অভিকর্ষ বল দূরত্বের সাথে হ্রাস পায়; ভূ-গোলকের যে পার্শ্বে সূর্য বা চাঁদের অবস্থান সে পার্শ্বে তাদের আকর্ষণ অন্য পার্শ্বের চেয়ে বেশী হবে, ফলে এখানে পানি স্বাভাবিক উচ্চতা অপেক্ষা বেশী উপরে উঠবে।

লোকেরা যখন প্রথমবারের মতো জোয়ার-ভাটার এই ব্যাখ্যা শোনে তখন তাদের হৃদয়ঙ্গম করতে অসুবিধা হয় কেন জোয়ারে দু'টি তেউ দেখা যায়— একটা দেখা যায় যে পার্শ্বে সূর্য বা চাঁদের অবস্থান এবং অন্যটা ঠিক এর উল্টো দিকে, যেখানে মহাকর্ষচাঁদের উল্টো দিকে পানির বেগ বাড়ে বলে মনে হয়। এই বিষয়টির ব্যাখ্যার জন্য আমাদের সূর্য, পৃথিবী ও চাঁদের গতিসমূহ আরো একটু বিস্তারিতভাবে আলোচনা করা দরকার। যদি চাঁদ একটা নির্দিষ্ট অবস্থানে স্থির থাকত যেমন, মনে করা যাক, ভূ-পৃষ্ঠের কোথাও বিরতি কোন গম্বুজের উপর আদীন থাকতো অথবা পৃথিবী তাঁর কক্ষপথের কোথাও কোন অতিপ্রাকৃতিক শক্তি ঘটা নিশ্চল থাকতো তাহলে সত্যিই সমুদ্রের পানি একদিকে জমা হ'ত এবং বিপরীত পার্শ্বে পানির উচ্চতা হ্রাস পেত। কিন্তু চাঁদ পৃথিবীর চারপাশে এবং পৃথিবী সূর্যের চারপাশে প্রদক্ষিণরত অবস্থায় থাকার কারণে ব্যাপারটা সম্পূর্ণ অন্যরকম হয়ে যায়।

প্রথমে আমরা সৌর জোয়ার-ভাটার আলোচনা করতে পারি। সূর্যের চার পাশে প্রদক্ষিণকালে পৃথিবী একটি অর্ধবৃত্তরূপে ঘোরানো জন্য পৃথিবীর যে অংশ সূর্যের নিকটে অবস্থিত সে অংশের বেগ (১৯ ক চিত্রের F) নাগোর অংশ (C)-এর বেগের চেয়ে কম এবং এই অংশের বেগ আবার

পশ্চাৎ-অংশের (R) বেগের চেয়ে কম। আমরা চতুর্থ অধ্যায়ে দেখেছি যে সূর্যের মহাকর্ষ প্রভাবের জন্য বৃত্তপথে বস্তুর বৈখিক বেগ সূর্য হতে দূরত্বের অনুপাতে কমে। এজন্য বৃত্তপথে পরিভ্রমণের জন্য যে বৈখিক বেগের প্রয়োজন F বিন্দুর বেগ তদপেক্ষা কম; ফলে F বিন্দু সূর্যের দিকে সরে যেতে চাইবে যেমনটি ভাঙা তীরচিহ্ন দিয়ে ১৬ ক চিত্রে দেখানো



চিত্র-১৬. (a) জোয়ারবেগের উৎস; (b) মহাসাগরের গ্রহ-নক্ষত্রগুলির গতিতে আপাতবিঘ্ন।
ইয়েছে। অনুক্রমক্রমে R বিন্দুর বৈখিক বেগ অবর্তনের জন্য যে বেগের দরকার তাঁর চেয়ে বেশী বলে R বিন্দু সূর্য হতে দূরে যেতে থাকবে

(R-ভাঙ্গা তীরচিহ্ন)। সুতরাং পৃথিবীর উপাদান পদার্থসমূহের মধ্যে কোন আকর্ষণ না থাকলে পৃথিবী ভেঙে টুকরো টুকরো হয়ে উপবৃত্তাকার পথের উপর ছড়িয়ে পড়ত। কিন্তু পৃথিবীর বিভিন্ন অংশের মধ্যে বিদ্যমান মহাকর্ষ বল G-এর ফলে এমনটা কখনো হয় না এবং বিভিন্ন অংশ পরস্পরকে ধরে রাখে। আর এই আকর্ষণের ফলে পৃথিবী গোলক কক্ষপথ ব্যাসার্ধ বরাবর লম্বা হয়ে গিয়ে দু' পাশে দু'টি স্ফীতি সৃষ্টি করে।

চন্দ্রের আকর্ষণজনিত জোয়ার-ভাটার ক্ষেত্রে ঠিক একই রকমের যুক্তি প্রদর্শন করা যাবে তবে শুধু মনে রাখা দরকার যে পৃথিবী ও চাঁদ উভয়েই একটা সাধারণ ভার কেন্দ্রের চারধারে ঘোরে। যেহেতু ভারের দিক থেকে চাঁদ পৃথিবীর প্রায় আশিতাপের একভাগ সোজনা তাদের সাধারণ ভার কেন্দ্র থেকে তাদের মধ্যকার দূরত্বের চেঁচ ভাগ দূরে। এই দূরত্ব পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ৬০ গুণের সমান বলে আমরা বলতে পারি যে, চন্দ্র-সূর্য কাবছার ভার কেন্দ্র পৃথিবীর কেন্দ্র হতে $৬০/৬০ = ১$ গুণ পৃথিবী ব্যাসার্ধের পরিমাণ দূরে। পরিমাণগত রশ্মির পরিবর্তন সত্ত্বেও পূর্বের ভৌত যুক্তি এ ক্ষেত্রেও বলবৎ থাকবে। পৃথিবীর সমুদ্রের পানি দু'দিকে স্ফীত হয়ে উঠে; স্ফীতির দিক তাদের সাধারণ ভারকেন্দ্রের দিকে (যে দিকে চাঁদেরও অবস্থান), অন্য স্ফীতির দিকে ঠিক-এর বিপরীত দিকে।

তখন সূর্য, পৃথিবী ও চন্দ্র একই সরলরেখায় অবস্থান করে অর্থাৎ পূর্ণিমা ও অমাবস্যা'র সময় সূর্য ও চন্দ্রের জোয়ার-ভাটার ক্রিয়া একত্র হয়ে প্রবলতর হয়। যদিও প্রথম ও শেষ চতুর্থাংশে চন্দ্রের প্রবল জোয়ার সূর্যের ভাটার সাথে একত্র হয়ে মোট ফলকে কমিয়ে ফেলে।

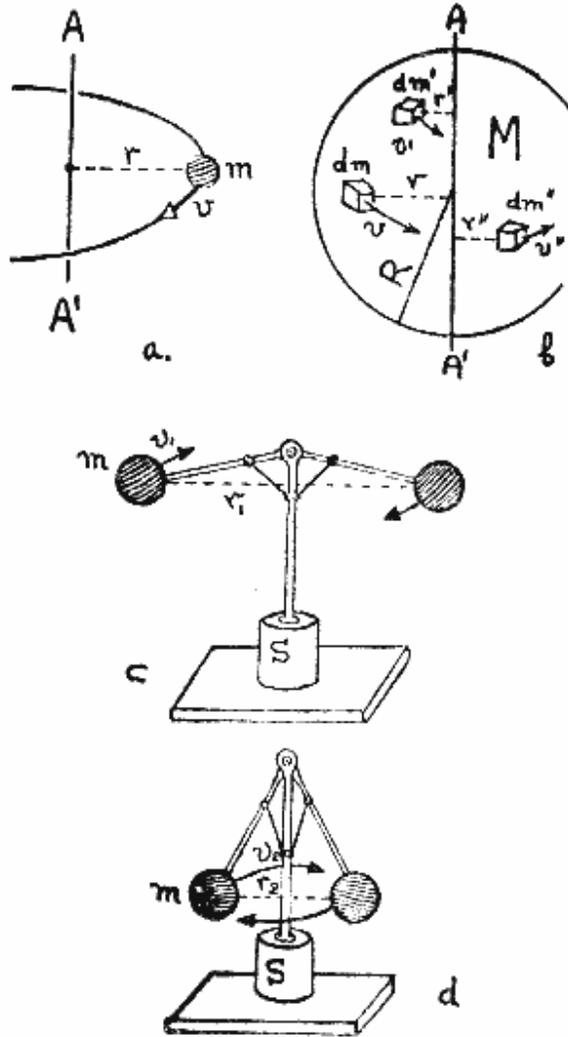
পৃথিবী নিজেই দ্রুতগতি নয় বলে সূর্য ও চন্দ্রের জোয়ার-ভাটার সময় কার্যকর বল ভূ-গোলককে কিছুটা বিকৃত করে, যদিও এই বিকৃতির পরিমাণ ভূ-বেটমকারী তরল পদার্থের তুলনার অশেষ কম। মার্কিন পদার্থবিদ এ. এ. মাইকেলসন* তাঁর পরীক্ষার দেখেছিলেন যে, প্রতি ১২ ঘন্টার পৃথিবীতল যেখানে এক ফুটের মতো বিকৃতিপ্রাপ্ত হয়, সমুদ্রপৃষ্ঠের বিকৃতির পরিমাণ সেখানে প্রায় চার থেকে পাঁচ ফুটের মতো। ভূ-অক্ষের বিকৃতি

* Michelson and the Speed of Light, Bernard Jaffe, Science Study Series, 1960.

বেশ আশ্চর্য ও নিয়মিতভাবে ঘটে বলে আমরা টের পাই না যে, আমরা কল্পনামূলক ভূমির উপর বাস করছি। কিন্তু তীরভূমিতে সমুদ্রের জোয়ারের পানি উঠতে দেখলে আমাদের মনে পড়া উচিত যে আমরা যা দেখছি তা হচ্ছে মাটি ও পানির তলের উল্লম্ব গতির বিরোধফল।

সমুদ্রের জোয়ার-ভাটার পানি ভূ-পৃষ্ঠের চারধারে আসা-যাওয়ার কালে সমুদ্রতলের সাথে ঘষা খায় (বিশেষ করে অগভীর তল যেনন বেরিং সাগর) এবং মহাদেশের উপকূলের দর্শনের জন্যও শক্তি হারায়। স্যার হ্যারল্ড জেকিন্স এবং স্যার জিওফ্রে টেইলর নামে দু'জন বৃটিশ বিজ্ঞানী এই শক্তি অপচয়ের পরিমাণ ২ বিলিয়ন অশ্বশক্তি বলে স্থির করেন। এই পরিমাণ শক্তি ব্যয়ের কারণে পৃথিবীর অক্ষের আবর্তনবেগ কমে যায়, যেমন ব্রোক কথা হলে মোটরগাড়ির ক্ষেত্রে ঘটে। পৃথিবীর ঘূর্ণনবেগের কারণে উদ্ভূত শক্তির সাথে এই শক্তির তুলনা করলে দেখা যায় যে পৃথিবী প্রতি আবর্তনে $০'০০০০০০০২$ সেকেন্ড ধীরে যায়; প্রতিটি দিনের দৈর্ঘ্য পূর্ববর্তী দিন অপেক্ষা এক সেকেন্ডের ২০ কোটি ভাগের এক ভাগ পরিমাণ অধিক। এই পরিমাণ এত ক্ষুদ্র যে আজ ও আগামীকাল বা এক নববর্ষ হতে অন্য নববর্ষের মধ্যকার পার্থক্য মাপার কোন উপায় নেই। কিন্তু বছরগুলি গতি হওয়ার সাথে সাথে এই পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। এক শতাব্দীতে দিনের সংখ্যা ৩৬,৫২৫; কাজেই এখনকার দিনগুলির চেয়ে একশো বছর আগের দিনগুলি $০'০০০৭$ সেকেন্ড পরিমাণ ছোট ছিল। এখন শু শুখনকার দিনগুলির গড় হিসাব মিলে বলা যায় শুখনকার দিন এখনকার দিনের চেয়ে $০'০০০৩৫$ সেকেন্ড কম ছিল। কিন্তু যেহেতু ৩৬,৫২৫ দিন পার হয়ে গেছে, অতএব মোট পার্থক্যের পরিমাণ দাঁড়াবে $৩৬,৫২৫ \times ০'০০০৩৫ = ১৪$ সেকেন্ড।

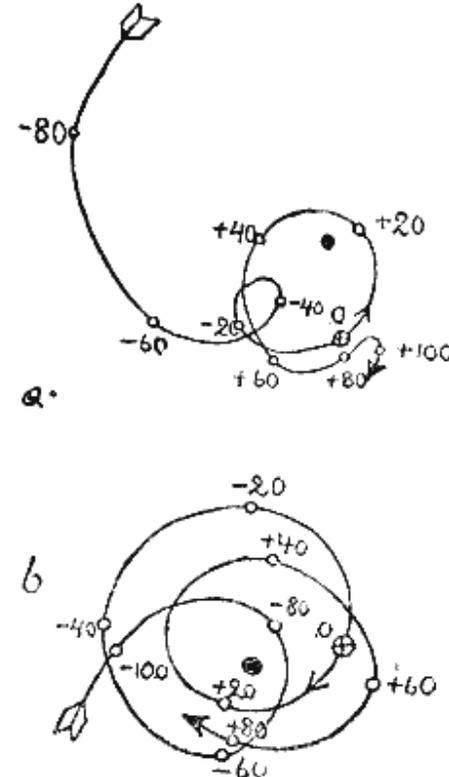
পরিমাণগত বিচারে প্রতি শতাব্দীতে ১৪ সেকেন্ড খুবই নগণ্য, কিন্তু জ্যোতির্বিদ্যার পর্যবেক্ষণ ও হিসাবের আওতার মধ্যে তা অবশ্যই উল্লেখযোগ্য। প্রকৃতপক্ষে, পৃথিবীর অক্ষের চারধারের আবর্তনের এই ধীরতা থেকে জ্যোতির্বিদ্যার ক্ষেত্রে এক দীর্ঘস্থায়ী পরিমলের সমাধান পাওয়া গিয়েছে। স্থির নক্ষত্রের অবস্থানের সাথে সূর্য, চন্দ্র, বুধ ও শুক্র গ্রহের অবস্থানকে তুলনা করে জ্যোতির্বিদ্যায় লক্ষ্য করেছিলেন যে গ্রহগুলি যেন নভো বলবিদ্যার সাহায্যে হিসাব করা তাদের শতাব্দীপূর্ব অবস্থানের



চিত্র ১৭. ধূর্ণনরত বা আবর্তনরত বস্তুর কৌণিক ভরবেগ হচ্ছে (a) বস্তুর ভর (m) ও বেগের (v) গুণফল, এবং ধূর্ণন অক্ষ (r) থেকে এর দূরত্ব।

তুলনায় নিয়মিতভাবে সময়ের আগে চলেছে (চিত্র-১৬ ব) টেলিভিশনের কোন অনুষ্ঠান যদি আপনাকে মতে যথাসময়ের ১৫ মিনিট পূর্বে শুরু হয়, কোন দোকান যদি সেটি বন্ধ হওয়ার সময়ের আগে এসেও

আপনি বন্ধ দেখতে পান এবং আপনি এমন একটি ট্রেন ধরতে ব্যর্থ হলেম যেটি ধরতে আপনি নিশ্চিতভাবে যথাসময়ে এসেছেন, তাহলে সে ক্ষেত্রে টেলিভিশন, দোকান বা রেল ব্যবস্থাকে সোমারোপ না করে আপনার ঘড়িকেই দায়ী করা দরকার। সম্ভবত ঘড়িটি ১৫ মিনিট পেছনে চলেছে। একইভাবে জ্যোতিবিদ্যা সম্বন্ধীয় কোন ঘটনার ১৫ সেকেন্ডের পরমিল পৃথিবীর আন্তে চলার উপর আরোপিত হওয়া উচিত, নভোকাশের বস্তুর বেগ ক্রমতর হওয়ার উপর নয়। পৃথিবীর আবর্তন-বেগ বীর হয়ে যাওয়ার বিষয়টি জানার আগে জ্যোতিবিদরা পৃথিবীকে একটি



চিত্র-১৬. গ্রহদের আকর্ষণজনিত কারণে পৃথিবীর কক্ষপথের উৎকল (a) এবং সীতিল পরিবর্তনগূহ। (চিত্র ১৭ক) অবস্থান করে v বেগে ঘুরছে। বস্তুর সূর্বের চারপাশে ধূর্ণনরত পৃথিবী, পৃথিবীর চারপাশে ধূর্ণনরত চন্দ্র বা সানকের হাতে দর হ্রাতার মাধ্যমে

নির্ভুল ঘড়িরূপে গণ্য করতেন। এখন তাঁরা এ সম্পর্কে ভাল জানেন এবং জোয়ার-ভাটার পানির ঘর্ষণের জন্য সংশোধনীকে হিসাবের মধ্যে ধরেন। এই শতাব্দীর প্রথম দিকে ব্রিটিশ জ্যোতিবিদ জর্জ ডারউইন, Origin of Species বই এর দ্বিতীয় লেখকের পুত্র, জোয়ার-ভাটার ঘর্ষণজনিত কারণে অপচয়িত শক্তির প্রভাব কি করে অবশেষে পৃথিবী-চন্দ্র ব্যবস্থার উপর পড়ে যে সম্পর্কে গবেষণা করেন।

ডারউইনের যুক্তি বুঝতে হলে আমাদের বলবিদ্যার একটি গুরুত্বপূর্ণ রাশি কৌণিক ভরবেগের সাথে পরিচিত হওয়া প্রয়োজন। m ভরের একটি

বস্তু যেওমা যাক যা কোন স্থির অক্ষ AA' হতে r দূরত্বে

বাঁধা একটা ঘূর্ণনশীল প্রস্তরখণ্ড হতে পারে। কৌণিক ভরবেগ I কে বস্তুর ভর, বেগ এবং অক্ষ হতে দূরত্ব r -এর ঘন কল রূপে চিহ্নিত করা যায় :

$$I = mvr$$

বিষয়টি আরো একটু জটিল হয় এই সকল বস্তুর ক্ষেত্রে বেগলি তার কেন্দ্রের নব্য দিগে বাওয়া অক্ষের চারপাশে আবর্তন করে, হোক না সেটা ফ্লাইউইল বা পৃথিবী (চিত্র-১৭গ); পূর্বের ক্ষেত্রে বস্তুর প্রতিটি অংশ প্রায় একই বেগে ঘোরে (যদি অক্ষপথের তুলনার বস্তুর আকার ছোট হয়)। কিন্তু অক্ষের চারপাশে ঘূর্ণনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে বস্তুর বিভিন্ন অংশ বিভিন্ন বেগে ঘোরে; অক্ষ থেকে যেটি যত বেশী দূরে সেটি তত বেশী দ্রুত ঘোরে। উদাহরণস্বরূপ, পৃথিবীর ক্ষেত্রে নিরক্ষীয় অঞ্চলের কোন বিন্দুতে মেরুবুডে অবস্থিত কোন বিন্দুর চেয়ে অনেক দ্রুত ঘোরে আর মেরু বিন্দুগুলি একদম স্থির। তাহলে এদের ক্ষেত্রে কি করে কৌণিক ভরবেগ নির্দিষ্ট হবে? এ ক্ষেত্রে উপায় হচ্ছে সমাকলন পদ্ধতি প্রয়োগ করা।

আমরা বস্তুর গোটা ভর m কে ক্ষুদ্র খণ্ডের dm , dm' , dm'' ইত্যাদিতে বিভক্ত করে প্রত্যেক ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় করব। এ ধরনের তিনটি খণ্ডের চিত্রে দেখানো হয়েছে; অক্ষরেখা হতে এদের দূরত্ব যথাক্রমে r , r' , r'' এবং বেগ v , v' , v'' । অবশ্য এই বেগ তাদের দূরত্বের সমানুপাতিক। গোটা বস্তুর কৌণিক ভরবেগ I নির্ণয়ের জন্য আমাদের খণ্ডভরের কৌণিক ভরবেগের সমাকলন করতে হবে। এ জন্য আমরা লিখি :

$$I = \int dm_i v_i r_i$$

এখানে সমাকলন পুরো বস্তুটির জন্য করতে হবে। সমাকলনের সাহায্যে যে কেউ দেখাতে পারে :

$$I = \frac{2}{5} v_i r_i$$

এখানে r ঘূর্ণায়মান বস্তুর ব্যাসার্ধ এবং V , বস্তুর নিরক্ষীয় অঞ্চলে অবস্থিত বিন্দুর বেগ।

নিউটন প্রদত্ত সনাতন বলবিদ্যার একটি মূল সূত্র হচ্ছে ভরবেগের নিত্যতার সূত্র; এই সূত্রমতে, যদি এককিন্তু বস্তু তাদের অক্ষের চারপাশে এবং একে অন্যের চারপাশে ঘুরতে থাকে তাহলে ব্যবহৃত প্রতিটি কৌণিক ভরবেগ সর্বদা সময়ে সমান থাকবে।

১৭ নং চিত্রের নিচের অংশে প্রদত্ত যন্ত্রের সাহায্যে প্রকৃতকৈ মূল-নীতি প্রদর্শন করা যায়। এই ব্যবস্থায় দু'টি দণ্ডের প্রান্তে ওজন আটকানো থাকে; দণ্ড দু'টি আবার একটি সকেট 'S'-এর অভ্যন্তরে ঘূর্ণায়মান খাড়া দণ্ডের মাথায় লাগানো থাকে। একটি বিশেষ ব্যবস্থার সাহায্যে (চিত্রে প্রদর্শিত হয়নি) ওজন দু'টিকে ইচ্ছামতো উপরে উঠানো (চিত্র ১৭গ) বা নিচে নামানো (চিত্র ১৭ঘ) যায়।

মনে করুন, ওজন দু'টি উপরে উঠানো (গ) অবস্থায় আমরা অক্ষের চারপাশে ব্যবহৃতিকে ঘুরিয়ে এতে কিছুটা কৌণিক ভরবেগের সঞ্চার করি। পূর্বের সংজ্ঞানুযায়ী, তাহলে প্রতিটি ওজনের কৌণিক ভরবেগ হবে $m v, r$; v , ও r -এর অর্থ ১৭গ চিত্রে দেখানো হয়েছে। ঘূর্ণায়মান অবস্থায় এবার ওজন দু'টিকে নিচে নামিয়ে ১৭ঘ চিত্রের মতো অবস্থায় আনা যাক, যেন অক্ষ হতে তাদের মতন দূরত্ব r_2 পূর্বের দূরত্ব r -এর অর্ধেক হয়। যেহেতু mvr -এর কোন পরিবর্তন হবে না, অতএব r অর্ধেক হওয়ার ফলে v অবশ্যই দ্বিগুণ পরিমাণ বর্ধিত হওয়া দরকার। কাজেই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রের জন্য বেগের পরিমাণ দ্বিগুণ হওয়ার প্রয়োজন; আর ঠিক দেখা যায় যে শেষের ক্ষেত্রে $v_2 = 2v_1$ হয়।

এই নীতির ব্যবহার করে সার্কাসের বাজিকর ও বরকে স্কেলিংকারী প্রভৃতি লোক চমক-লাগানো পরিস্থিতির সৃষ্টি করে। দু'হাতে হাত ভূমির সমান্তরাল করে দড়ি বা বরফের উপর অপেক্ষাকৃত খাচ্ছে ঘুরতে ঘুরতে হঠাৎ করে হাত নামিয়ে শরীরের সাথে লাগিয়ে তারা চরকির মতো বন বন করে ঘুরতে আরম্ভ করে।

অতএব পৃথিবী ও চন্দ্রের ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র প্রয়োগ করে আমরা সিদ্ধান্ত করতে পারি যে, জোয়ার-ভাটাজনিত বর্ষপের কলে অক্ষের চারপাশে পৃথিবীর ঘূর্ণনের কৌণিক ভরবেগ যে পরিমাণ কমে যাবে, কক্ষপথে চন্দ্রের পৃথিবী আবর্তনের জন্য ফস্ট কৌণিক ভরবেগ ঠিক যে পরিমাণে বৃদ্ধি পাবে। কৌণিক ভরবেগের এই বৃদ্ধির কারণে চাঁদের গতির কি পরিবর্তন ঘটবে? চন্দ্রের আর্তনের জন্য তার কৌণিক ভরবেগের পরিমাণ,

$$I = mvr$$

এখানে $m =$ চন্দ্রের ভর, $v =$ চন্দ্রের বেগ এবং r হচ্ছে তার কক্ষ-পথের ব্যাসার্ধ। অন্যদিকে, নিউটনের অভিকর্ষ-সূত্র ও কেন্দ্রাতিগ বলের সূত্রের একত্রীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \text{ এখানে } M = \text{পৃথিবীর ভর।}$$

$$\therefore \frac{GM}{r} = v^2$$

এখান থেকে এবং পূর্বের 1-এর সূত্র থেকে পাওয়া যায়,

$$r = \frac{l^2}{GMm^2} \text{ এবং } v = \frac{GMm}{l}$$

যদি পাঠকেরা উপরের সূত্রাবলী প্রতিষ্ঠা করতে সমর্থ না হ'ল তাহলে আপনারা লেখকের কথাকেই সত্য বলে ধরে মিন। উপরের সূত্র দু'টি হ'তে লক্ষ্য করা যায় যে, পৃথিবীর চারপাশে আবর্তনকালে চন্দ্রের কৌণিক ভরবেগের বৃদ্ধি পৃথিবী হ'তে তার দূরত্বের বৃদ্ধি ঘটায় এবং রৈখিক বেগ হ্রাস করে।

পৃথিবীর ঘূর্ণনবেগের পর্যবেক্ষিত হ্রাস থেকে যে কেউ পৃথিবী হ'তে চন্দ্রের দূরত্ব বৃদ্ধির পরিমাণ বের করতে পারে এবং দেখা যায় এই পরিমাণ প্রতি ঘূর্ণনের জন্য $\frac{1}{3}$ ইঞ্চি। স্মরণ্য প্রতি অমানস্যার পর নতুন চাঁদ আপনার নিকট থেকে ঐ পরিমাণ দূরত্বের পরিবর্তন অত্যন্ত নগণ্য; কিন্তু পৃথিবী ও চন্দ্র এভাবে কোটি কোটি বছর ধরে অবস্থান করছে এবং এতদিনের ফল একত্র করে জর্জ ডারউইন দেখতে পেয়েছিলেন যে ৪ থেকে ৫ বিলিয়ন বছর আগে পৃথিবী ও চন্দ্র খুব কাছাকাছি ছিল এবং তিনি ইঙ্গিত করেছেন যে একদা হয়তো তারা একটা অংশে বস্তু (পৃথিবী বা চন্দ্রপৃথিবী) ছিল। দুই অংশে বিভক্ত হয়ে যাওয়ার মূলে হয়তো আছে সৌর মহাকর্ষের জোয়ার-ভাটার বল বা অন্য কোন দুর্ঘটনা বা বস্তুপূর্বে সৌরজগতে ঘটেছিল এবং এখন মহাকালের স্রোতে হারিয়ে গেছে। যে সব বিজ্ঞানী চন্দ্রের জন্মসম্বন্ধে উৎসাহী তাঁদের মধ্যে ডারউইনের এই মতবাদ ভীষণবকম একটা নিতান্ত সঠিক করেছে। কেউ

কেউ এটা আন্তরিকভাবে বিশ্বাস করেন (হয়তো শুধুমাত্র এর চমৎকারিকের খাতিরে) আর অন্যোরা এর বোরতর বিরোধী।

মতো-বলবিদ্যা থেকে হিসাবকৃত তথ্যাবলী দ্বারা চাঁদের ভবিষ্যত সম্পর্কে আরও কিছু বক্তব্য রাখা যেতে পারে। পৃথিবী জন্মাণুরে দূরে সরে যাওয়ার ফলে চাঁদ অবশেষে এত দূরে চলে যাবে যে এর আলো যেমন এখন লণ্ঠনের পরিবর্তে কিয়ৎ পরিমাণে ব্যবহার করা যায় তেমনটি আর থাকবে না। ইতিমধ্যে সৌর জোয়ারের কারণে পৃথিবীর ঘূর্ণনবেগ হ্রাস পাওয়ার (অবশ্য সমুদ্রগুলি যদি শুকিয়ে না যায়) ফলে এমন সময় আসবে যখন একটি দিনের দৈর্ঘ্য বর্তমানের মাসের চেয়েও বেশী হবে। তখন চন্দ্রের জোয়ারের ঘর্ষণ দ্বারা পৃথিবীর ঘূর্ণনবেগ বৃদ্ধি পাওয়ার প্রায়শ পারে এবং কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রের কারণে চাঁদ ধীরে ধীরে পৃথিবীর কাছে আসতে থাকবে যতদিন না জন্মের সময় চাঁদ পৃথিবীর যত কাছে ছিল সেই দূরত্বে আসে। এ অবস্থায় পৃথিবীর অভিকর্ষ-বল সম্ভবত চাঁদকে ভেঙে কোটি কোটি টুকরায় পরিণত করবে এবং শনি গ্রহের বলয়ের মতো একটা বলয় তৈরি হবে। কিন্তু মতো-বলবিদ্যা থেকে যে হিসাব পাওয়া যায়, তাতে দেখা যায় যে এরূপ অবস্থা স্থায়ী ব্যাপারটি এতেই দূরে যে তার আগেই সূর্যের পারমাণবিক জ্বালানী নিঃশেষিত হয়ে যাবে এবং এর ফলে সমগ্র গ্রহজগত অস্ফটকারে নিমজ্জিত হবে।

সপ্তম অধ্যায়

নভো-বলবিদ্যার জয়যাত্রা

নিউটন প্রদত্ত মহাকর্ষ সূত্র ও তাঁর আবিষ্কৃত কলন-পদ্ধতির মধ্য দিয়ে মহীক্ষহের যে বীজ রোপিত হয় শতাব্দীকালের মধ্যে তা একটি সুন্দর অঞ্চল গঠন বনে পরিণত হয়। যোগেফ লুই ল্যাগ্রেঞ্জ (১৭৩৬-১৮১৩) এবং পিয়ের সাইমন ল্যাপলাস (১৭৪২-১৮১৭)-এর নভো কয়েকজন কারসী গণিতবিদের হাতে নভো-বলবিদ্যার যে উৎকর্ষ সাধিত হয় তা ইতিপূর্বে আর কখনও হয়নি। গ্রহগুলি শুধুমাত্র সৌর-আকর্ষণের অধীনে থাকলে তাদের আবর্তনের জন্য কেপলারের সূত্রের নভো সহজ সূত্র সঠিকভাবে প্রযোজ্য হ'ত; কিন্তু গ্রহদের গতির মতবাদ ক্রমাগত অত্যন্ত জটিল হ'তে থাকে যখন তাদের নিজেদের পারস্পরিক আকর্ষণ বা অন্যকে হিসাবের ভিত্তি আনা হয়। অবশ্য সূর্যের তুলনায় গ্রহদের ভর অত্যন্ত ক্ষুদ্র এবং এ জন্যই আন্তঃগ্রহ আকর্ষণের জন্য তাদের গতির পরিবর্তন অত্যন্ত নগণ্য; কিন্তু জ্যোতির্বিজ্ঞানের নিখুঁত মাপের তুলনীয় ফল অর্জন করতে হলে একে অগ্রাহ্য করা যাবে না। এ ধরনের হিসাবের জন্য প্রয়োজন প্রচুর সময় ও শ্রম (বর্তমানে ইলেকট্রনিক কমপিউটার ব্যবহার করে পরিশ্রম লাঘব করা হয়েছে)। উদাহরণস্বরূপ, আমেরিকান বিজ্ঞানী ই. ডবলিউ. ব্রাউন তাঁর চার খণ্ডে প্রকাশিত বই 'Tables of Moon'-এর তিন খণ্ডের উপাত্ত (data) প্রস্তুতের জন্য প্রায় দুই দশক পরিশ্রম করে কয়েক হাজার অঙ্কের সমাধান করেন।

এ ধরনের শ্রম অনেক সময় পুরস্কৃত হয়। গত শতাব্দীর মাঝামাঝি সময়ে একজন গুরুত্বপূর্ণ জ্যোতির্বিদ জে. জে. লেভেরিয়ার (J.J. Leverrier) ১৭৮১ সালে উইলিয়াম হার্পার্স কর্তৃক ঘটনাচক্রে আবিষ্কৃত ইউরেনাস গ্রহের বর্তমান অবস্থানের সাথে তাঁর আবিষ্কারের তেষ্ঠি বছর আগের অবস্থানের তুলনা করার সময় কিছু গরমিল দেখতে পান। পর্যবেক্ষণ ও হিসাবের মধ্যকার গরমিলটা ২০ কৌণিক সেকেন্ডের (দর্শনাইল দূরের

একজন মানুষের দ্বারা তৈরি কোণের সমপরিমাণ) নভো এই পরিমাণ পর্যবেক্ষণ বা হিসাবের সাত্তাব্য ত্রুটির কারণে হতে পারে না। লেভেরিয়ার সন্দেহ করলেন যে, এই গরমিল ইউরেনাস গ্রহের বাইরে দিয়ে আবর্তনকারী কোন অজানা গ্রহের প্রভাবের কারণেও হতে পারে। ইউরেনাস গ্রহের গতির বিচ্যুতির পর্যবেক্ষণ হ'তে তিনি এই অজানা গ্রহের সাত্তাব্য ভর এবং তার গতির প্রকৃতি হিসাব করতে বসে গেলেন। ১৮৪৬ সালের শরতের দিকে লেভেরিয়ার বালিন মানমন্দিরের জে. জি. গ্যাল (J.G. Galle)-কে তিনি লেখেন - "আপনি আপনার টেলিস্কোপকে ৩২৬° ড্রাঘি-মার একোয়ারিস (Aquarius) নক্ষত্র ভাগতে একলিপটিক (ecliptic) বিদ্যু বরাবর স্থাপন করুন; সেখানে ১° ডিগ্রীর মধ্যে দেখতে পাবেন একটা নতুন গ্রহ সেটি নবম মানের একটা তারার নভো উজ্জ্বল দেখায় এবং যার চোখে পড়ার নভো চাকতি আছে।"

গ্যাল নির্দেশ পালন করেন; নেপচুন নামের নতুন গ্রহটি ১৮৪৬ সালের ২৩শে সেপ্টেম্বর রাত্রিতে দৃষ্টিগোচর হয়। জে. সি. অ্যাডামস (J.C. Adams) নামে এক ইংরেজ বিজ্ঞানীও লেভেরিয়ারের সাথে নেপচুন গ্রহের গাণিতিক আবিষ্কারের সম্মানের অংশীদার হন। কিন্তু ঝাঁক কাছে অ্যাডামস তাঁর হিসাবের ফলাফল জানিয়েছিলেন, কেমব্রিজ বিদ্যালয়ের সেই টি. চেলিস (T. Challis), তাঁর অনুসন্ধান কাজে মনোহরতার জন্য তিনি পিছিয়ে পড়েন।

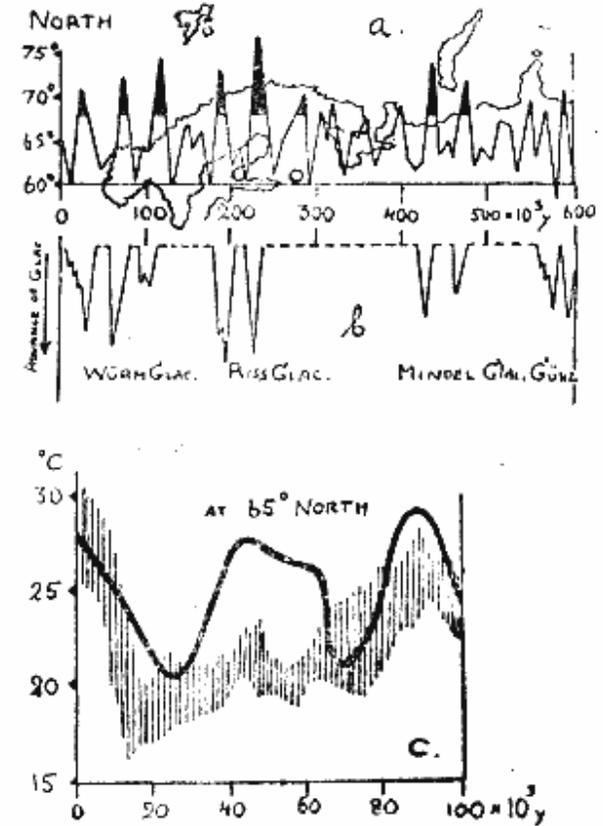
অপেক্ষাকৃত কম নাটকীয়ভাবে এই একই কাহিনীর পুনরাবৃত্তি ঘটে বর্তমান শতাব্দীর প্রথমভাগে। হার্ভার্ড মানমন্দিরের আমেরিকান বিজ্ঞানী ডব্লিউ. এইচ. পিকরিং (W.H. Pickering) এবং আরিজোনার লাওয়েল মানমন্দিরের প্রতিষ্ঠাতা পারসিভাল পাওয়েল (Percival Lowell) দ্বিতীয় দশকের শেষার্ধ্বে ইউরেনাস ও নেপচুন গ্রহের গতির বিচ্যুতির জন্য নেপচুন হতে দূরবর্তী আরেকটি গ্রহের উপস্থিতির সাত্তাব্য সম্পর্কে বাদানুবাদে লিপ্ত ছিলেন। কিন্তু পুটো নামের এই নতুন গ্রহ যা হয়তো বা নেপচুন গ্রহেরই একটি পালিয়ে যাওয়া উপগ্রহ, এর দশ বছর পর ১৯৩০ সালে লাওয়েল মানমন্দিরের একজন গবেষক সি. ডব্লিউ. টমবাগ (C.W. Tombaugh) কর্তৃক আবিষ্কৃত হয়। এই আবিষ্কার প্রকৃতপক্ষে, গাণিতিক ভবিষ্যদ্বাণী না আবিষ্কারকের কঠিন শৃঙ্খলাপূর্ণ অনুসন্ধানের ফল, তা নির্ণয় করা মুশকিল।

নভো-বলবিদ্যার হিসাবের ফলের নির্ভুলতার পরিচয় অন্য একটা কৌতুককর উদাহরণে পাওয়া যায়; এটা সূর্য চন্দ্রগ্রহণের তারিখ-নির্ধারণ করে পৃথিবীর ঐতিহাসিক ঘটনার সূত্র নির্ধারণ সম্পর্কিত। ১৮৮৭ সালে অস্ট্রীয় জ্যোতিষবিদ থিওডোর কন অপলৎসার (Theodore Von Oppolzer) ১২০৭ খ্রীস্টপূর্ব হতে শুরু করে ২১৬২ খ্রীস্টাব্দ পর্যন্ত সকল অতীত ও আগামী সূর্য-ও চন্দ্র-গ্রহণের হিসাব করা সমাপত্তী প্রকাশ করেন; এতে মোট ৮০০০ সৌর ও ৫২০০ চন্দ্র গ্রহণের তালিকা ছিল। এই তালিকা থেকে দেখা যায়, আমাদের দিনপঞ্জী চার বছর পিছিয়ে আছে। বাস্তবিক পক্ষে, ঐতিহাসিক দলিল থেকে দেখা যায় জুডীয় রাজা হেরোড বিনি খ্রীঃ খ্রীস্টকে হত্যার নিমিত্ত তাঁর রাজত্বের শেষ বছরে বেথেলহানের সকল শিঙকে হত্যার নির্দেশ দেন, তাঁর মৃত্যুতে শৌকপ্রকাশে 'চন্দ্রগ্রহণ' বটে। অপলৎসারের তালিকা অনুসারে একমাত্র যে চন্দ্রগ্রহণটি এই ঘটনার সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ সেটি খ্রীস্টপূর্ব তিন শতকের ১৩ই মার্চ (শুক্রবার ?) সংঘটিত হয়; এ থেকে আমাদের সিদ্ধান্তে আসতে হয় যে আমাদের দিনপঞ্জী মোতাবেক আমরা খ্রীঃ খ্রীস্টের যে জন্মতারিখ পাই তিনি তার চার বছর আগে জন্মগ্রহণ করেন।

ইতিহাসের পাতায় উল্লেখযোগ্য অন্যান্য গুরুত্বপূর্ণ গ্রহণের উদাহরণের মধ্যে আছে খ্রীস্টপূর্ব ৬৪৮ সালের ৬ই এপ্রিলের গ্রহণ যার সাহায্যে গ্রীক ঘটনাপঞ্জীর প্রাচীনতম ঘটনার তারিখ নিশ্চয়তার সাথে নির্ণয় করা হয় এবং আরও আছে খ্রীস্টপূর্ব ৯১১ সালের গ্রহণ যার সাহায্যে প্রাচীন অ্যাসিরীয় ঘটনাবলীর সময় নির্ধারিত হয়।

আমরা, যারা পৃথিবীর অধিবাসী, তাদের কাছে অন্যান্য গ্রহের কারণে পৃথিবীর কক্ষপথের বিচ্যুতির হিসাব বিশেষ মনোযোগ আকর্ষণ করে। যে উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী সূর্যের চারপাশে ভ্রমণ করে তা পৃথিবীই একমাত্র গ্রহ হলে যেকোন অপরিবর্তনীয় হ'ত তা থাকে না; সৌরজগতের অন্যান্য সদস্যের মহাকর্ষতানে এই পথ ধীরে ধীরে ও ক্রমাগত এদিক ওদিক যায় এবং স্পন্দিত হয়। আমরা পঞ্চম অধ্যায়ে দেখেছি যে, সৌর ও চন্দ্র অগ্রগমনের কারণে আমাদের ভূ-গোলকের ঘূর্ণায়মান অক্ষ মহাকাশে একটা সদৃশ তল রচনা করে যার পর্যায়কাল ২৫০৮০ বছর। এছাড়া সৌরজগতের অন্যান্য গ্রহের মহাকর্ষতানে পৃথিবীর কক্ষপথের উৎকোচ এবং মহাকাশে তার

হেলানকোণ অতি ধীরে পরিবর্তিত হচ্ছে। নভো-বলবিদ্যার সাহায্যে মোট পরিবর্তনের পরিমাণ অতি সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করা যায়। ১৮ নং চিত্রে এই পরিবর্তন বিগত ১,০০,০০০ বছর থেকে শুরু করে আগামী ১,০০,০০০ বছরের জন্য দেখানো হয়েছে। চিত্রের উপরের অংশে



চিত্র ১৯. বিষমবাহুর অতীত অগ্রগমন (b) এবং মনুজের প্রাচীন তাপমাত্রার (c) সাথে বিলান কোর্ভিচের অনবায়ুগত রেখার (a) তুলনা।

পৃথিবীর কক্ষপথের উৎকোচের পরিবর্তন এবং তার বৃহৎ অক্ষের ঘূর্ণন বৃত্তাকার এবং এজন্যই এর ফোকাস (focus) জ্যামিতিক কেন্দ্রের অতি নিকটে অবস্থিত (বড় কালো বিন্দু)। বিন্দু দু'টি পরস্পর হ'তে দূরে অবস্থিত

১৯৭-এর লেখচিত্রে অতীত ভূ-তাত্ত্বিক যুগে সমুদ্রের পানির বিপত্ত মাত্র এক লক্ষ বছরের তাপমাত্রা প্রদর্শিত হয়েছে। ক্যালিফোর্নিয়া বিশ্ব-বিদ্যালয়ের হ্যান্স সুস (Hans Suess) ১৯৫৬ সালে তা প্রকাশ করেন এবং এই তাপমাত্রা নির্ধারণে যে চাতুর্যপূর্ণ পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় তা বিখ্যাত আমেরিকান বিজ্ঞানী হারল্ড উয়ি (Harold Urey) কর্তৃক ১৯৫১ সালে সর্বপ্রথম প্রস্তাবিত হয়। এই পদ্ধতি যে তথ্যের উপর ভিত্তি করে প্রতিষ্ঠিত তা হচ্ছে এই যে সমুদ্রতলের পাললিক শিলার বর্তমান ক্যাল-নিয়াম কার্বোনেটের (CaCO_3) মধ্যে অক্সিজেন পরমাণুর ভারী ও হালকা আইসোটোপের (^{16}O , ^{18}O) অনুপাত শিলা গঠিত হওয়ার সময়ের সমুদ্রের পানির উষ্ণতার উপর নির্ভর করে। সুতরাং সমুদ্রতলের বিভিন্ন গভীরতায় $^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ অনুপাত নির্ণয় করে যে কেউ লক্ষ লক্ষ বছর পূর্বে সেখানকার পানির উষ্ণতা এত নিশ্চয়তার সাথে নির্ণয় করতে পারে যেমনটি জাহাজ থেকে থার্মোমিটার নামিয়ে দিয়ে নির্ণয় করা যায়। দেখুন সমুদ্র পানির গত এক লক্ষ বছরের তাপমাত্রার সে লেখচিত্র তৈরি করেন তার সাথে একই সময়ে মিলানকোভিচ নির্ণীত উষ্ণতার লেখচিত্রের বেশ মিল দেখা যায়। কাজেই কয়েকজন আবহাওয়াবিদের আপত্তি “কয়েক ডিগ্রী উষ্ণতার পার্থক্য হিমবাহ যুগের সৃষ্টি করতে পারে না”—সত্ত্বেও মনে হয় সাবিসান বিজ্ঞানীর মতই সঠিক ছিল। সুতরাং আমরা সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি যে, যদিও গ্রহগুলি মনুষ্য-জীবনকে প্রভাবিত করতে পারে না (যেমন জ্যোতিষীরা দাবি করে থাকে), তথাপি ভূ-তাত্ত্বিক ইতিহাসের মতো দীর্ঘ সময়ান্তরে এরা অবশ্যই মানুষ, প্রাণী ও বৃক্ষজগতের প্রভূত পরিবর্তন সাধন করে থাকে।

অষ্টম অধ্যায়

অভিকর্ষ অতিক্রমণ

সেই প্রাচীন প্রবাদ—“যা-কিছু উপরে উঠবে অবশ্যই তা গিচে নামবে”—এখন আর সত্য নয়। সাম্প্রতিক বছরসমূহে পৃথিবী থেকে উৎর্ধে নিক্ষেপ করা কিছু বকেট পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহরূপে বিরাজ করছে, যাদের জীবনকাল বেশ দীর্ঘ। আর কিছু বকেট চিরকালের জন্য আন্তঃ-মাকত্রিক মহাশূন্যে ছারিয়ে গেছে। চতুর্থ অধ্যায়ে ব্যাখ্যা করা মহাকর্ষ বিভবের বাণীর সাহায্যে আমরা অতি সহজে নির্ণয় করতে পারি কত বেগে কোন বস্তু পৃথিবী হতে উৎর্ধে নিক্ষেপ চলে গেলে সেটি আর পৃথিবীপৃষ্ঠে ফিরে আসবে না। আমরা সেখানে দেখেছি যে m ভরের কোন বস্তুকে ভূ-কেন্দ্র হ'তে পৃথিবীপৃষ্ঠের R দূরত্বে উপরে উঠতে যে পরিমাণ কাজ করতে হবে তার পরিমাণ,

$$GMm \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right)$$

এখানে G অভিকর্ষ ধ্রুবক, M পৃথিবীর ভর এবং R_0 পৃথিবীর মাধ্যমার্ধ। বস্তু আর ফিরে আসতে সমর্থ না হলে R কে অবশ্যই ∞ (অসীম) হতে হবে বা $\frac{1}{R} = 0$ সুতরাং সে ক্ষেত্রে কাজের পরিমাণ

$$\frac{GMm}{R_0}$$

অন্যদিকে m ভরের কোন বস্তু v বেগে চলতে থাকলে তার গতিশক্তির পরিমাণ হবে $\frac{1}{2}mv^2$ ।

অতএব বস্তুকে পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ কাটিয়ে উঠার মতো যথেষ্ট পরিমাণ শক্তি দিতে হলে অবশ্যই নিম্নের সমীকরণটির শর্ত পূরণ করতে হবে:

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq \frac{GMm}{R_0}$$

এখানে \geq চিহ্নটির অর্থ হচ্ছে "বৃহত্তর বা সমান"। যেহেতু সমীকরণটির উভয় পাশ্ব থেকে m বাদ দেওয়া যেতে পারে, তাই এ অবস্থা বলতে পারি—মাধ্যাকর্ষণের আওতার বাইরে নিয়ে বস্তুকে যে বেগে নিক্ষেপ করতে হবে তা ভারী ও হালকা যে কোন বস্তুর জন্য সমান হবে।

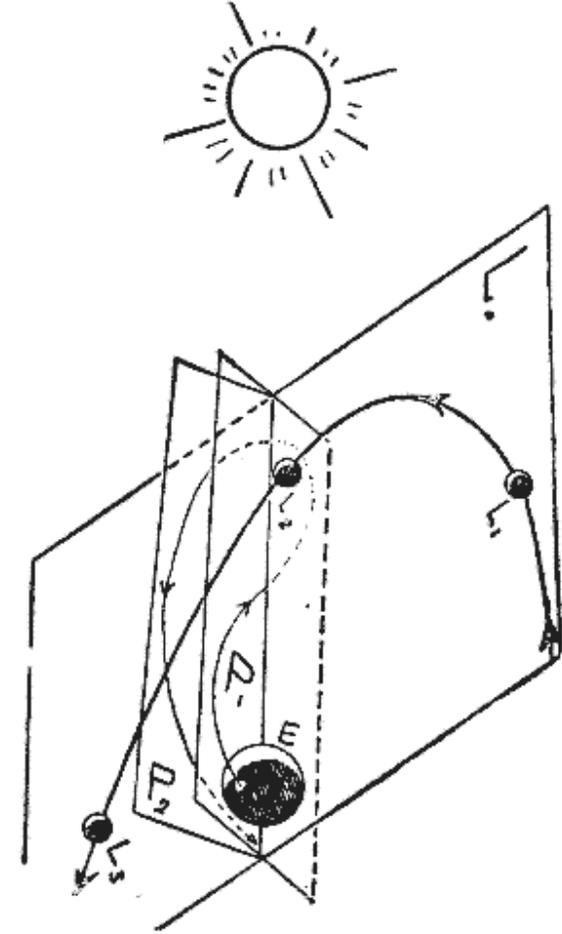
উপরের সমীকরণটি থেকে আমরা পাই, $V \geq \sqrt{\frac{2GM}{R_0}}$ এবং এখানে

$R_0 = 6.37 \times 10^6$ সে.মি; $M = 6.99 \times 10^{24}$ গ্রাম; $G = 6.67 \times 10^{-8}$ নিয়ে আমরা পাই,

বেগ $V = 11.2$ কিলোমিটার/সেকেন্ড $= 25000$ মাইল/ঘণ্টা। এই বেগ তথাকথিত নিষ্ক্রমণ বেগ নামে পরিচিত—অর্থাৎ সেই নিম্নতম বেগ নিক্ষেপ বস্তু আর ফিরে আসে না।

পৃথিবীর আবহাওয়াগোলকের উপস্থিতির জন্য ব্যাপারটি একটু জটিল হয়ে দাঁড়ায়। ফরাসী দেশের বিখ্যাত বৈজ্ঞানিক কল্প-কাহিনী লেখক জুল ভার্নের "The Journey Around the Sun" পুস্তকের বর্ণনামতো কেউ যদি 'নিষ্ক্রমণ বেগে' কামান থেকে গোল ছোঁড়ে তাহলে সেটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না; জুল ভার্নের বর্ণনাকে অসঙ্গত প্রমাণ করে তেমন বেগে নিক্ষেপ গোল বাতাসের সাথে ঘর্ষণের ফলে সৃষ্ট উত্তাপে পুড়ে ছাট হয়ে যাবে এবং তসমীভূত গোলার অবশেষ সকল শক্তি হারিয়ে পৃথিবীতে ফিরে আসবে। নিক্ষেপ গোলার সাথে রকেটের তফাৎ নিম্নরূপ: একটি রকেট উৎক্ষেপনের স্থান হতে বেগ ধীরগতিতে বাত্মা শুরু করে এবং যতই উপরে ওঠে ততই তার বেগ বাড়তে থাকে। এভাবে গোলার যেখানে বায়ু স্তরের ঘনত্ব বেশী সেখানে অল্প বেগের কারণে ঘর্ষণে সৃষ্ট উত্তাপের উৎপত্তি তেমন গুরুত্বপূর্ণ নয় এবং যে উচ্চতায় রকেট তার পূর্ণবেগে প্রাপ্ত হয় সেখানে বায়ুর উপস্থিতি এত কম যে তা উত্তাপের পক্ষে কোন বাধা সৃষ্টি করে না। অবশ্য বাতাসের বাধা গোলার দিকে কিছু শক্তির অপচয়ের কারণ হয়ে দাঁড়ায়, কিন্তু এর পরিমাণ তুলনামূলকভাবে অল্প।

একটি রকেট তার সমস্ত জ্বালানী নিঃশেষ করে পৃথিবীর আবহগোলক অতিক্রম করার পর মহাশূন্যের দিকে পাড়ি দিলে কি ঘটে, এখন আমরা



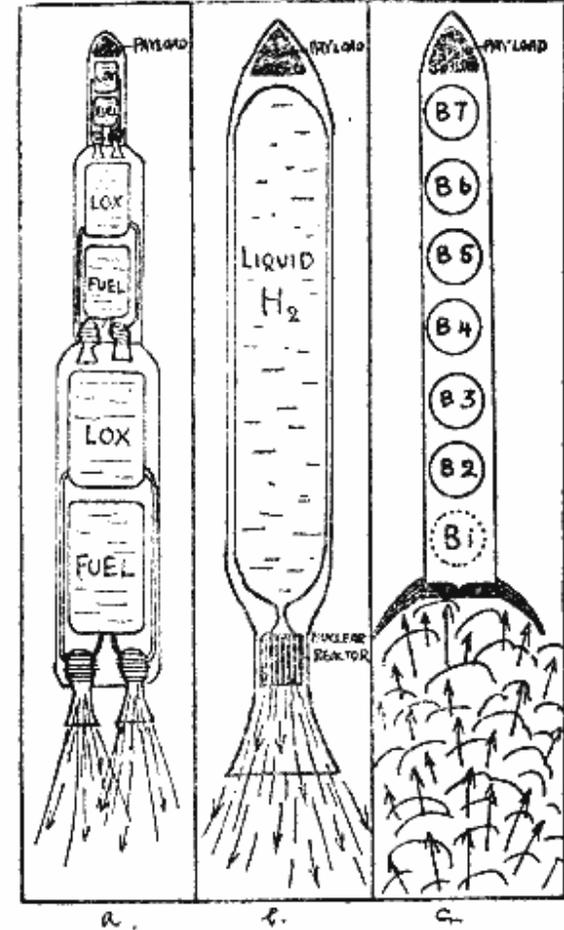
চিত্র ২১. চাঁদের চতুর্দিকে পরিভ্রমণকারী প্রথম রকেটের কক্ষপথ।

সে সহজে আলোচনা করতে পারি। ২০ নং চিত্রে সৌরজগতের অন্তর্গত এলাকার অবস্থিত গ্রহসমূহের (বৃহ, শুক্র, পৃথিবী ও মঙ্গল) অবস্থান অংশে মহাকর্ষ বিভবের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। চিত্রে প্রবান চারটি (flore) সূর্যের মহাকর্ষ হতে উদ্ভূত বার মান GM/r , এখানে M সূর্যের ভর এবং r সূর্য হতে রকেটের দূরত্ব। এই সার্বিক চালের উপর চাপানো

আছে বিভিন্ন গ্রহের আকর্ষণের কারণে তৈরি 'স্থানীয় কূপ'। এ সকল কূপের গভীরতা সঠিক স্কেলে আঁকা হয়েছে, কিন্তু তাদের প্রস্থ অনেক গুণ বাড়িয়ে দেওয়া হয়েছে, কারণ তা না হলে এগুলিকে শুধু খাঁড়া রেখার মতো দেখা যেত। চিত্রের ডান কোণের নিচের অংশে পৃথিবী ও চন্দ্রের মধ্যবর্তী অঞ্চলে মহাকর্ষ বিভবের মানের (বর্ধিত আকারে) ধারাবাহিক পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। যেহেতু চন্দ্র পৃথিবীর দূরত্ব পৃথিবী-সূর্যের দূরত্বের চেয়ে অনেক কম এ জন্য এই অঞ্চলে সূর্যের মহাকর্ষ বিভবের মানের পরিবর্তন প্রকৃতপক্ষে অপরিবর্তনীয়। সুতরাং টাঁদে কোন রকেট পাঠাতে হলে পৃথিবীর অভিকর্ষ অতিক্রম করার পর একটা বৃত্তাকার সনায়ের মধ্যে টাঁদে পৌঁছাতে পারে শুধুমাত্র এমন বেগ রকেটে সঞ্চার করতে পারলেই চলবে। ১৯৫৯ সালের অক্টোবরে রুশ বিজ্ঞানীরা রকেটের সাহায্যে এটা করতে সক্ষম হন এবং তাঁরা টাঁদের উল্টো পিঠের ছবি তোলেন। ২১ নং চিত্রে 'লুনিক' নামের রকেটের টাঁদে যাওয়া ও আসার পথ দেখানো হয়েছে।

সৌরজগতের অন্যান্য গ্রহের দিকে নিক্ষেপ রকেটকে শুধু অভিকর্ষ অতিক্রম করলেই চলবে না, সূর্যের মহাকর্ষ-বাহাকেও কাটিয়ে উঠতে হবে। কোন রকেট পৃথিবীর অভিকর্ষ অতিক্রম করার পর এটি যে অবশিষ্ট অল্প বেগ নিয়ে চলে তাতে তা পৃথিবীর কক্ষপথের নিকট দিয়ে ঘুরতে বাধা হবে এবং সূর্যের খুব কাছে বা এর থেকে খুব দূরে যেতে পারবে না। পৃথিবীর নিকটবর্তী এই কক্ষপথ থেকে মুক্তি পেতে হলে রকেটটিতে সৌর মহাকর্ষের চাল অতিক্রম করার মতো যথেষ্ট পরিমাণ বেগ থাকতে হবে। ২০ নং চিত্র থেকে দেখা যায় মঙ্গলগ্রহের কক্ষপথে আরোহণের জন্য রকেটকে পৃথিবীর আকর্ষণের গভীরতার ৬৬ গুণ বেশী উচ্চতা অতিক্রম করতে হবে। যেহেতু বস্তুর গতিশক্তি তার বেগের বর্গের অনুপাতে বাড়ে এজন্য এরূপ একটি রকেটের বেগ কমপক্ষে $11.2 \times \sqrt{6.6} = 28$ কিলোমিটার/সেকেন্ড হওয়া প্রয়োজন।

তা'হলে মঙ্গলের উচ্চতায় উঠানোর মতো দুরূহ কাজের চেয়ে অপেক্ষাকৃত সহজসাধ্য কাজ, শুক্রগ্রহের কক্ষপথে নামিয়ে দেওয়ার চেষ্টা করলেই ভাল হয় না কি? কিন্তু দুঃখের বিষয় হচ্ছে যে, রকেট উপরে উঠানো যত শক্ত দিতে মামানো ঠিক ততটা কঠিন। এর কারণ হচ্ছে, পৃথিবীর



চিত্র ২২. (a) একটি বহুস্তরবিশিষ্ট রাসায়নিক রকেট; (b) প্রচলিত নিউক্লীয় রকেট; (c) অপ্রচলিত নিউক্লীয় রকেট।

অভিকর্ষ টান কাটিয়ে ওঠার পরও রকেট পৃথিবীর কক্ষপথে আবর্তন করবে; সূর্য হ'তে আরও দূরে নিজে হলে রকেটের বেগকে আরও বেশী পরিমাণ বাড়াতে হবে এবং তার জন্য আরও অধিক পরিমাণ অতিরিক্ত জ্বালানীর দরকার পড়বে। অন্য দিকে সূর্যের নিকটবর্তী হওয়াটাও তার জন্য সহজ

নয়; শূন্যের মধ্য দিয়ে চালিত রকেট মোটরগাড়ির মতো ব্রেক কমে তার বেগকে কমাতে পারে না। রকেটের বেগ কমাতে হলে তার সামনের দিকে জেটের মধ্যে দিয়ে শক্তিশালী গ্যাস-ধারা জেড়ে দিতে হবে এবং বেগ সঞ্চারের জন্য পিছনের দিকে ধরা দিতে যে জ্বালানীর প্রয়োজন হয় তার সমান জ্বালানীর প্রয়োজন পড়বে। কিন্তু মহলের কক্ষ অপেক্ষা শুক্রের কক্ষ আনাদের অধিকতর নিকটবর্তী হওয়ায় এখানে অভিকর্ষ বিভবের মানের পার্থক্য পৃথিবীর অভিকর্ষ বিভবের মাত্র পাঁচগুণ এবং সেজন্যই শুক্র রকেট প্রেরণের কাজ অপেক্ষাকৃত সহজ। ১৯৬১ সালের ১১ই ফেব্রুয়ারি রুশ মহাকাশ-বিজ্ঞানীরা শুক্রের দিকে একটি রকেট পাঠিয়েছিলেন যেটি আর পৃথিবীতে ফিরে আসে নি।

মহাশূন্যে নিকিণ্ড রকেট জ্বালানী হিসেবে এ পর্যন্ত সাধারণ রাসায়নিক জ্বালানী ব্যবহার করা হয়েছে এবং ২২ (ক) চিত্রে প্রদর্শিত একাধিক ধাপের মূলনীতি প্রয়োগ করা হয়েছে। ক্রমাগত ছোট আকৃতির অনেকগুলি রকেটের একটিকে অন্যটির উপর চাপিয়ে সবচেয়ে নিচেরটিতে অর্থাৎ তলার সবচেয়ে বড় আকৃতির রকেটের উর্ধ্ব মোটরকে অগ্নি-সংযোগের সাধানে যাত্রা শুরু করার জন্য চালু করা হয়। যখন এই আধুনিক টোটাম দণ্ডটি সর্বোচ্চ পরিমাণ উর্ধ্ব গতিবেগ অর্জন করে এবং প্রধান ধাপের রকেটের জ্বালানী নিঃশেষ হয়ে যায় তখন এটাকে অবশিষ্ট ধাপ থেকে পৃথক করা হয় এবং দ্বিতীয় ধাপের রকেট মোটর চালু করা হয়। প্রক্রিয়াটি একের পর এক ধাপ অতিক্রম করে শেষ ধাপে পৌঁছে এবং বহুপাতি, ইঁদুর, বানর, মানুষ ইত্যাদি বা এখানে থাকে তাদেরকে প্রয়োজনীয় বেগে ত্বরান্বিত করে।

বর্তমানে পারমাণবিক শক্তি জ্বালানী হিসেবে ব্যবহারের সম্ভাবনা নিয়ে ব্যাপক পরীক্ষা-নিরীক্ষা চলছে। স্মরণ রাখা প্রয়োজন যে, মহাশূন্যযান চালানোর সমস্যাবলী সমুদ্রপোত বা আকাশযান চালানোর সমস্যাবলী থেকে সম্পূর্ণ আলাদা প্রকৃতির। যেমতান যান চালানোর জন্য শুধু শক্তির দরকার, কারণ এগুলি পানি বা বাতাসে বাধা দিয়ে এগিয়ে চলে। কিন্তু শূন্যের মধ্যে তো আর বাধা দেওয়া যায় না; এজন্য মহাশূন্যযানকে চলতে হয় এদের নজলের মধ্যে দিয়ে কোন প্রকার বস্তু নির্গমন করিয়ে এবং এই বস্তু আবার যান ঘরাই বাহিত হয়। সাধারণ রাসায়নিক জ্বালানীর

রকেটের ক্ষেত্রে 'একের ভিতর দুই' ধরনের ব্যবস্থা থাকে; দু'টি পৃথক ট্যাঙ্কে বাহিত জ্বালানী, এবং জারণ পদার্থের রাসায়নিক বিক্রিয়ার ফলে হয়ে শক্তি উৎপন্ন হয় আর বিক্রিয়ার ফলে স্টে পদার্থই নজল দিয়ে নির্গত বস্তুকাক্সেপে ব্যবহারের যে সুবিধাটা পাওয়া যায় তা এজন্যই ন্যাং হয়ে যায় যে, এখানে যে পদার্থ (বেশী ভাগ Co_2 ও জলীয় বাষ্প) তৈরি হয় তা ওজমে ভারী। জেটচালিত যানের মূলনীতি হ'লে জানা যায় যে পাশাপাশি ভারী হয় উৎপন্ন চাপও তত কম হয়।

সুতরাং জেট নির্গমনের জন্য সবচেয়ে হালকা রাসায়নিক পদার্থ হাইড্রোজেনের ব্যবহার সবচেয়ে সুবিধাজনক। কিন্তু হাইড্রোজেন একটি মৌলিক পদার্থ হওয়ায় কোন প্রকারের রাসায়নিক উৎপন্ন হয় না। এজন্য একটা ট্যাঙ্কভর্তি তরল হাইড্রোজেন দেওয়া যেতে পারে, তারপর কোন ধরনের পারমাণবিক চুল্লীর সাহায্যে এই হাইড্রোজেনকে উচ্চ উষ্ণতায় উঠানো যাবে। এ ধরনের পারমাণবিক শক্তিচালিত রকেটের চিত্র ২২খ-তে দেখানো হয়েছে।

রকেট চালানোর জন্য পারমাণবিক শক্তি ব্যবহারের জন্য একটি যুক্তিযুক্ত সম্ভাবনার কথা সর্বপ্রথম লস আলামোস বিজ্ঞান গবেষণাগারের ডঃ স্ট্যানিস্লাভ উলম (Stanislaw Ulam) কর্তৃক প্রস্তাবিত হয়েছিল। এই প্রস্তাবের মূলনীতি ২২গ চিত্রে দেখানো হয়েছে। রকেটটিতে অনেকগুলি আণবিক বোমা রাখা হয় এবং একটির পর একটি বোমা পেছন দিয়ে বের করে রকেট থেকে সামান্য দূরে কাটিয়ে দেওয়া হয়। বিস্ফোরণের ফলে স্টে বেশী বেগের গ্যাস রকেটকে ধরে ফেলবে এবং এর পেছনে আটকানো বৃহৎ চাকতির উপর চাপ প্রয়োগ করবে। এভাবে পর পর ধাক্কা মলে রকেটের বেগ বাড়তে থাকে এবং পরিশেষে তা প্রয়োজনীয় বেগ প্রাপ্ত হবে। এ ধরনের রকেটের প্রাথমিক পরীক্ষার দেখা গেছে যে পদ্ধতিটা পারমাণবিক চুল্লী ধরা উল্লম্বকরণ রকেটের চেয়ে সুবিধাজনক হ'তে পারে।

সাধারণ পাঠকদের জন্য রচিত এ ধরনের একটি পুস্তকে মহাকাশ যাত্রায় অগ্রগতির সকল সম্ভাবনার বর্ণনা দেওয়া অসম্ভব। আর একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়ের আলোচনা করে আমরা এ অধ্যায়ের ইতি টানছি। আমাদের সৌরজগতের (বহিরেও হতে পারে) পূর্ববর্তী অংশে মহাশূন্যযান

পাঠাতে দু'টি অস্থবিধার সম্ভবীম হতে হয় : প্রথমত কিভাবে পৃথিবীর অভিকর্ষ এড়াইয়া যাবে এবং দ্বিতীয়ত তারপরে কিভাবে লক্ষ্যস্থানে পৌঁছার মতো যথেষ্ট গতিবেগ সঞ্চার করা যাবে। এ সম্পর্কে আজ পর্যন্ত যে কার্যক্রম গৃহীত হয়েছে তাতে রকেটকে যথেষ্ট প্রারম্ভিক বেগ দেওয়ার চেষ্টা করা হয়েছে, যাতে অভিকর্ষ অতিক্রম করার পরও অন্যত্র যাওয়ার মতো যথেষ্ট বেগ রকেটের থেকে যায়। অবশ্য এই দু'টি উদ্দেশ্য সাধনের জন্য যে কেউ দু'টি ভিন্ন পন্থা অবলম্বন করতে পারেন।

ভূ-পৃষ্ঠ হ'তে উপরে উঠতে একটা প্রবল ঝাঙ্কা দরকার। কারণ রকেট মোটের সঠিক ঝাঙ্কাটা যথেষ্ট জোরালো না হলে রকেট উৎক্ষেপণ মঞ্চ হতে উপরে উঠবে না, শুধু ফৌঁস ফৌঁস করতে থাকবে। এ পর্বীয়ে রাসায়নিক বা পারমাণবিক পদ্ধতির মতো শক্তিশালী উপায় দ্বারা রকেট চালানোর ব্যবস্থা করতে হবে। মহাশূন্যযানটি একবার উপরে উঠিয়ে কৃত্রিম উপ-গ্রহের কক্ষপথে নিয়ে যেতে পারলে ব্যাপারটি অন্যরকম হয়ে পড়ায়। যানটির গতি স্বাভাবিক করার এমন প্রচুর অবকাশ মেলে এবং অপেক্ষাকৃত কম শক্তিশালী ও স্বল্প ব্যয়-সাপেক্ষ পদ্ধতির ব্যবহার করা চলে। এখানেও রাসায়নিক বা কেন্দ্রীয় শক্তির ব্যবহার চলতে পারে বা সৌরশক্তিও ব্যবহার করা যায়। কিন্তু সবচেয়ে বড় কথা হচ্ছে যে, এমন তার ভাঁড়াছড়া করার দরকার নেই, কারণ যানটির আর পড়ে যাওয়ার আশঙ্কা নেই। মহাশূন্যযানকে থানাদের ভূ-পৃষ্ঠের চারপাশে কক্ষপথে স্থাপন করলে তার গতিবেগ বাড়ানোর জন্য সময় পাওয়া যায় এবং যানটি আন্তে আন্তে চক্রাকার পথে ঘুরে ঘুরে অগ্রসর হওয়ার কালে তার লক্ষ্য সাধনের মতো যথেষ্ট বেগ সঞ্চার করে। খুব সম্ভব ভবিষ্যত মহাকাশ ভ্রমণের বিপত্তির সমাধান আসবে হুঁমুস্ত একটা প্রবল ঝাঙ্কা আর তার পরে ধীরে হুঁহু অন্যরাসে পাড়ি দেওয়ার পদ্ধতি সংবলিত ব্যবস্থা হতে।

নবম অধ্যায়

আইনস্টাইনের অভিকর্ষতত্ত্ব

মহাকাশ বাসিন্দাদের গতির পুথানুপুথ্য বিশ্লেষণে নিউটনের মতবাদেব অসাধারণ সাকল্য পদার্থবিদ্যা ও জ্যোতির্বিদ্যার ইতিহাসে এক সমরনীম যুগের সূচনা করে। কিন্তু মহাকর্ষ-ক্রিয়ার প্রকৃতি এবং বিশেষ করে ভূভূতল ও মহাকর্ষ ভরের সমানুপাতিতা, যার কারণে সকল বস্তু একই ধরনে পড়তে থাকে, এ বিষয়ে আইনস্টাইনের ১৯১৪ সালে প্রকাশিত গবেষণামূলক প্রবন্ধ প্রকাশের আগে পর্যন্ত পুরোপুরিভাবে অজানা থেকে যায়। এর দশ বছর আগে আইনস্টাইন তাঁর বিশেষ আপেক্ষিকতত্ত্ব প্রচার করেন। এখানে তিনি প্রমাণ করেন যে কোন বস্তু কক্ষে কোন প্রকারেব পর্যবেক্ষণ দ্বারা বলা সম্ভব নয় যে কক্ষটি স্থির আছে কিংবা সমবেগে সরলপথে চলছে, এমনকি যদি কক্ষটিকে একটি আধুনিক গবেষণাখাণ্ডে রূপান্তরিত করা যায়, তবুও না। এর উপরে তিনি বলেছেন আইনস্টাইন পরম সমবেগের ধারণা বাতিল করে দেন; প্রাচীন ও পরস্পর-বিরোধী ধারণাবৃত্ত 'ঈশ্বর ছাড়া তাকে' হামচ্যুত করেন এবং পদার্থবিদ্যার যুগান্তকারী মতবাদ আপেক্ষিকতত্ত্বের প্রতিষ্ঠা করেন। বহুত শান্ত সমুদ্রে ভ্রামমান জাহাজে বা নিশ্চল বাতাসে ভেসে চলা উড়োজাহাজের মধ্যে কোন যান্ত্রিক, আলোক-তত্ত্বীয় বা অন্য কোন ভৌত পরিমাপের পরীক্ষা করা হলে (এই নিবন্ধটি এস. এস. কুইন এলিজাবেথ-এর একটি কেবিনে লেখা হচ্ছে) এমন কোন ফল পাওয়া যাবে না যার সাহায্যে বলা সম্ভব যে জাহাজটি নৌগর করা আছে বা ভেসে চলছে, অথবা উড়োজাহাজটি বাঁতিতে ধাঁড়িয়ে আছে কিংবা আকাশে উড়ে চলছে। কিন্তু যদি সমুদ্র বিক্ষুব্ধ থাকে বা জাহাজটি কোন ভূমধ্যসাগরকে আঘাত করে কিংবা উড়োজাহাজটি পর্যন্তনীর্ণে ঝাঙ্কা খায় তাহলে অবশ্য সম্পূর্ণরূপে বদলে যায় এবং সমবেগ হতে বিচ্যুতি বেদনাদায়কভাবে বরা পড়ে।

এই সমস্যার মোকাবেলার জন্য আইনস্টাইন নিজেকে আধুনিক মহা-শূন্যচারীর ভূমিকায় রুদ্রনা করেছিলেন এবং আকর্ষ পকারী বৃহৎ পদার্থ হতে

অনেক দূরে একটা মহাশূন্য পর্যবেক্ষণ কেন্দ্রে (চিত্র-২৩) শানাপ্রকারের ভৌত পরীক্ষার ফলাফল বিচার বিবেচনা করেছিলেন। দূরবর্তী মঞ্চের



চিত্র ২৩. কালনিক রকেটে আলবার্ট আইনস্টাইন।

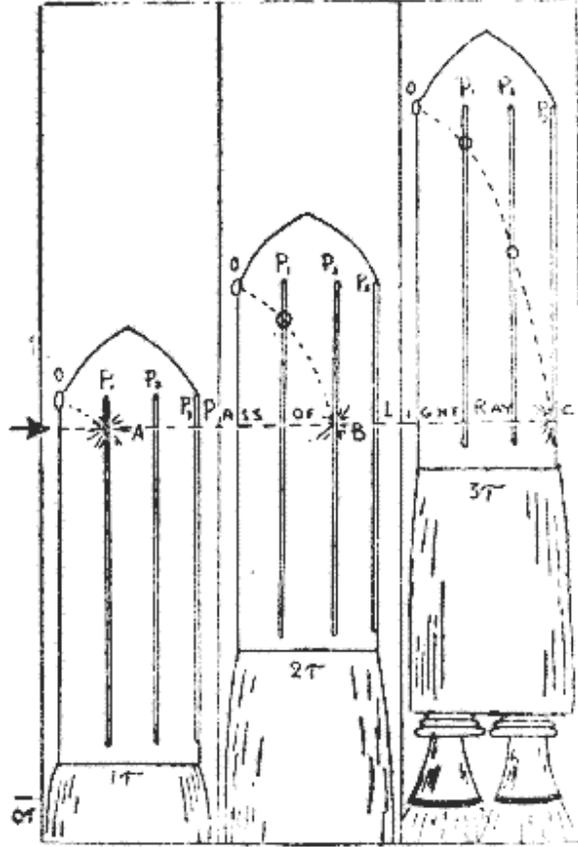
তুলনায় গতিশীল অথবা নিশ্চল এইরূপ একটি মহাশূন্য কেন্দ্রের অভ্যন্তরে পর্যবেক্ষক নিজে অথবা তাঁর গবেষণাগারের যে সকল যন্ত্রপাতি দেখলে অটিকানো নেই সেগুলি কক্ষের ভেতরে ভাসতে থাকবে। সেখানে উর্ধ্ব

অথবা অধঃ দিকের কোন প্রভেদ থাকবে না। কিন্তু যেইমাত্র রকেটের মোটর চালু করে কেন্দ্রটি কোন নির্দিষ্ট দিকে যাত্রা করবে তখনই মহাকর্ষের উপস্থিতির মতো ফলাফল লক্ষ্য করা যাবে; লোকজন, জিনিসপত্র রকেট মোটরের সংলগ্ন দেয়ালের দিকে ঝাকিত হবে; এই দেয়াল মেঝে খার উল্টো দিকের দেয়াল ছাদ হিসাবে কাজ করতে থাকবে; লোকজন তাদের পায়ের উপর খাড়া হয়ে ঠিক মাটির ওপর যেমন হাঁটে তেমনি হাঁটতে পারবে। সর্বোপরি যদি কেন্দ্রটির স্বরণ ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষ স্বরণের সমান হয় তাহলে সেখানকার লোকজনের বিশ্বাস জন্মাবে যে তাদের মহাশূন্য কেন্দ্রটি এখনও উৎক্ষেপন নক্ষ্য রয়েছে।

মনে করা থাক, এই 'ভুল' অভিকর্ষের' (Pseudo-gravity) ধর্ম পরীক্ষার জন্য কোন স্ববিত রকেটের অভ্যন্তরে একজন পর্যবেক্ষক একটি লৌহ ও একটি কাঠ নির্মিত গোলক এক সাথে ছেড়ে দিল। 'প্রকৃতপক্ষে' এর ফলাফল নিম্নরূপে বর্ণনা করা যেতে পারে: গোলক দু'টি পর্যবেক্ষকের হাতে থাকাকালে রকেটের স্বরণে চলতে থাকবে। কিন্তু যে মুহূর্তে গোলকগুলি হাত থেকে ছেড়ে দেওয়া হয়, রকেটের শরীরের সাথে এদের যোগাযোগ বিচ্ছিন্ন হয়ে যায় এবং বিচ্ছিন্ন হওয়ার কালের গতিবেগের সমান বেগে তারা পাশাপাশি চলতে থাকে। কিন্তু ঐতিমধ্যে রকেট-আহাঙ্গের ক্রমাগত বেগবৃদ্ধি ঘটতে থাকে এবং শীঘ্রই এর মেঝে গোলকগুলিকে ধরে ফেলে এবং এদেরকে একসঙ্গে আঘাত করে। যে পর্যবেক্ষক-গোলক দু'টি ছেড়ে দিয়েছে তাঁর কাছে ব্যাপারটি অস্বাভাবিক মনে হবে। যে দেখতে পাবে, গোলক দু'টিই নিচে পড়ছে এবং পরিশেষে একসঙ্গে মেঝেতে আঘাত করেছে। সে পিসা টাওয়ারে গ্যালিলিও'র পরীক্ষার কথা স্মরণ করে নিঃসন্দেহ হবে যে এখানে নিশ্চয়ই একটা মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের অস্তিত্ব আছে।

গোলকদ্বয় কিভাবে পড়বে তাঁর দু'টি বর্ণনাই সমান সত্তা এবং আইনস্টাইন দুই দৃষ্টিকোণের সমতাকে তাঁর আপেক্ষিকতাবাদভিত্তিক নতুন মহাকর্ষ সূত্রবাদের ভিত্তিরূপে ব্যবহার করেন। স্বরণিত কক্ষের ভিত্তরে পর্যবেক্ষক এবং বাস্তব মহাকর্ষ-ক্ষেত্রে পর্যবেক্ষকের মিল সমতার নীতি নামে পরিচিত; নীতিটিই শুধুমাত্র বলবিদ্যার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হলে

এটি নিস্তাভই একটা অক্ষিষ্ণিকর নীতি বলে পরিগণিত হ'ত। আইন-সমতায়ের ধারণা, সমতার নীতিটি সামগ্রিকভাবে আলোক ও তড়িৎ-চৌম্বক ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হবে।



চিত্র ২৪. স্বরিত বক্রেতে আলোক মহাকর্ষ।

আলোক-রশ্মি বন্ধন আমাদের মহাশূন্যবাদ-ক্ষেত্র তিত্তর দিয়ে এক দেয়াল থেকে অন্য দেয়ালে যায়, তখন আলোক-রশ্মির অবস্থা লক্ষ্য করা যায়। আমরা আলোর পথে একসারি প্রতিপ্রভ (fluorescent) কাঁচের প্লেট

স্থাপন করে এর পথকে দৃশ্যমান করতে পারি বা সিগারেটের ধোঁয়া ছেড়ে দিয়ে খুব সহজে আলোর পথটি চিহ্নিত করতে পারি। আলো যখন সমান দূরত্বে রাখা কঠিন কাঁচের প্লেট পার হয়ে যায় তখন প্রকৃতপক্ষে কি ঘটে তা ২৪ নং চিত্রে দেখানো হয়েছে। 'ক' চিত্রে আলো প্রথম প্লেটের উপরের অংশে আঘাত করে এবং প্রতিপ্রভ (fluorescent) বিন্দু তৈরি করে। 'খ' চিত্রে আলো দ্বিতীয় প্লেটের মাঝের অংশে প্রতিপ্রভ (fluorescent) বিন্দু তৈরি করেছে। 'গ' চিত্রে আলোক-রশ্মি তৃতীয় প্লেটকে আরও নিচে আঘাত করেছে। বক্রেটের গতি স্বরিত গতি বলে দ্বিতীয় সময়-অন্তরে বক্রেট প্রথম সময়-অন্তর অপেক্ষা তিনগুণ দূরত্ব অতিক্রম করবে এবং সে জন্যই প্রতিপ্রভ বিন্দু তিনটি এক সরলরেখায় না থেকে নিচের দিকে বাঁক নেওয়া একটি বক্ররেখার (অধিবৃত্ত) উপর অবস্থান করবে। যানকক্ষের পর্যবেক্ষক মনে করবে এখানকার এই ঘটনার জন্য দায়ী মহাকর্ষ-ক্ষেত্র। এজন্য আলোর এই পরীক্ষা থেকে তাঁর সিদ্ধান্ত হবে যে, আলোক-রশ্মি মহাকর্ষ-ক্ষেত্র অতিক্রম করার কালে বেঁকে যায়। এ জন্যই আইনস্টাইন সিদ্ধান্তে উপনীত হয়েছিলেন যে যদি সমতার নীতি পদার্থবিদ্যার একটি সাবিক নীতি হয় তাহলে দূরবর্তী নক্ষত্র হতে ভূ-পৃষ্ঠের দিকে আগত রশ্মি সূর্যের নিকট দিয়ে আসার সময় রশ্মিটি বেঁকে যাবে। তাঁর এই সিদ্ধান্ত ১৯১৯ সালের গ্রহণ দ্বারা স্বন্দরভাবে পরীক্ষিত হয়েছিল; এসময় আফ্রিকা গমনকারী একজন বৃষ্টি অভিবাত্রী দেখতে পেয়েছিলেন গ্রহণ-আক্রান্ত সূর্যের নিকটের তারকার নির্দিষ্ট পরিমাণ বিচ্যুতি। এভাবেই স্বরিত বেগ ও মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের সমতার নীতি পদার্থবিদ্যায় একটি তর্কাতীত বিষয়রূপে প্রতিষ্ঠিত হয়।

এখন আমরা আর এক প্রকারের স্বরিত বেগ এবং মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের সাথে তার সম্পর্ক বিষয়ে আলোচনা শুরু করবো। এতক্ষণ পর্যন্ত আমরা বেগের মান পরিবর্তনের কথা বলেছি, কিন্তু তার দিক সম্পর্কে কিছু বলিনি। এছাড়া আরেক প্রকারের গতি আছে যেখানে বেগের পরিমাণ স্থির থাকলেও দিকের পরিবর্তন হয়— এই গতির নাম ঘূর্ণনগতি। একটা ঘূর্ণনগতি নকল করা যেতে পারে। ধরা যাক, মফাট পর্দা দিয়ে ঘেরা, যেম মফে দাঁড়ানো লোক বাহিরের দিকে দৃষ্টি নিষ্ক্ষেপ করে বুঝতে না পারে যে মফাট (চিত্র-২৫) ঘুরছে না খেঁচ আছে। সবাই জানেন যে,

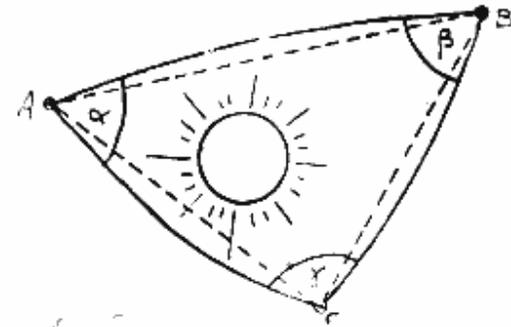
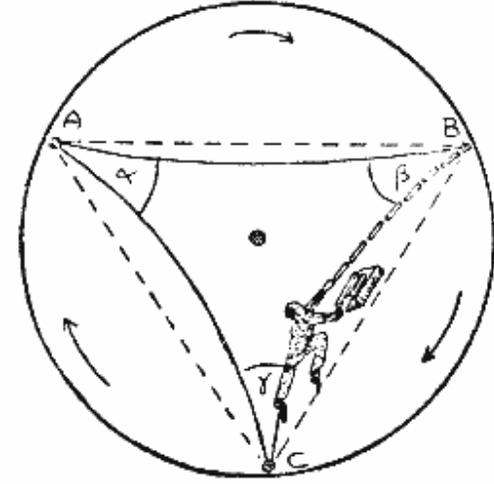
ঘূর্ণায়মান মঞ্চের উপরে কোন ব্যক্তি কেন্দ্রাতিগ বল অনুভব করেন; এই বল তাঁকে বাইরের দিকে ছেলে এবং মঞ্চে রাঁধা একটি বলকে গড়িয়ে কেন্দ্র হ'তে দূরে সরিয়ে দেয়। মঞ্চের উপরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রাতিগ বলের মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল বলে একাধিক পরিমিতিকে আমরা মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের পরিমিতির সমতুল্য মনে করতে পারি। কিন্তু এই মহাকর্ষ-ক্ষেত্রটা সূর্য বা পৃথিবীর চারপাশে অবস্থিত মহাকর্ষ-ক্ষেত্র থেকে সম্পূর্ণ পৃথক ও কিছুটা বিচিত্র প্রকৃতির। প্রথমত এখানে আকর্ষণের পরিবর্তে বিকর্ষণ দেখা যায় এবং তা দূরত্বের বর্গের সাথে না কমে দূরত্বের সাথে বাড়তে থাকে। দ্বিতীয়ত ক্ষেত্রটি কেন্দ্রীয় ভবের চারপাশে গোলক বরাবর স্থগন না হয়ে মঞ্চের ঘূর্ণন-অক্ষের বরাবর একটি অক্ষ নিয়ে মিলিটার করমা করলে যেখানে স্থগন দেখা যায়। কিন্তু তা সত্ত্বেও এখানে আইনস্টাইনের সমতাপ নীতি প্রযোজ্য হয় এবং প্রতিসাম্যতার অক্ষের চারপাশে অবস্থিত আকর্ষণকারী পদার্থের মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের দ্বারা উপযুক্ত বলপত্রের ব্যাখ্যা করা যায়।

এরকম একটা মঞ্চে ভৌত ঘটনাসমূহের যে কল লক্ষ্য করা যায় তার ব্যাখ্যা আইনস্টাইনের বিশেষ আপেক্ষিকতা মতবাদের সাহায্যে করা যাবে। এই মতবাদ অনুসারে গতির কালে দৈর্ঘ্য ও সময়ের মাপের তারতম্য ঘটে। এই মতবাদের দু'টি মৌলিক সিদ্ধান্ত হচ্ছে: ১. যদি কোন বস্তু V বেগে আমাদের অতিক্রম করে তাহলে বস্তুটি আমাদের কাছে বেগের দিকে $\sqrt{1-v^2/c^2}$ অনুপাতে স্ফূর্তিত হয়েছিল বলে মনে হবে; এখানে C হচ্ছে আলোর বেগ। সচরাচর দুই বেগসমূহ আলোর বেগের তুলনার অক্ষিঞ্চিৎকর এবং উক্ত অনুপাতের মান একের কাছাকাছি বলে বস্তুর কোন লক্ষণীয় সঙ্কোচন দেখা যাবে না। কিন্তু V -এর মান C -এর কাছাকাছি হলে ফলাট ও গুরুত্বপূর্ণ হয়ে দাঁড়ায়। ২. কোন ঘটনিকে যদি আমরা নিজেদেরকে V বেগে অতিক্রম করতে দেখি তাহলে একে আমরা সময় হারিয়ে বা আন্তে চলতে দেখব। এখানেও এর আন্তে চলার হার $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$

দূরত্বের সঙ্কোচনের মতো এ ফলাটির ওপুর্নায় ওপনই লক্ষ্য করা যাবে যখন V বেগ আলোর বেগের কাছাকাছি হবে।

এ দু'টি ফলের কথা স্মরণ রেখে এখন ঘূর্ণায়মান মঞ্চের বিভিন্ন পর্যবেক্ষণ ফলের বিচার-বিশ্লেষণ করা যাক। মনে স্বকম, মঞ্চের

বিভিন্ন বিন্দুর মধ্যে আলোর চলার সূত্রটি আমরা জানতে ইচ্ছা করি। এ জন্য আমরা মঞ্চের পরিমিত উপরে দু'টি বিন্দু A ও B (চিত্র ২৫ক) নির্ধারিত করি; বিন্দু দু'টির একটি আলোক-উৎস এবং অন্যটি আলোর



চিত্র ২৫. (a) ঘূর্ণায়মান মঞ্চে কয়েকটি পরীক্ষা; (b) সূর্যের চারদিকে ত্রিভুজাকার।

গ্রহীতা রূপে কাজ করবে। আলোক-তত্ত্বের মৌলিক সূত্রানুসারে আলো সরাসর সংকীর্ণতম পথে গমন করে। ঘূর্ণায়মান মঞ্চে A ও B বিন্দুর মধ্যে সবচেয়ে সংকীর্ণ পথ কোনটি? A ও B বিন্দুর মধ্যে সংযোগকারী

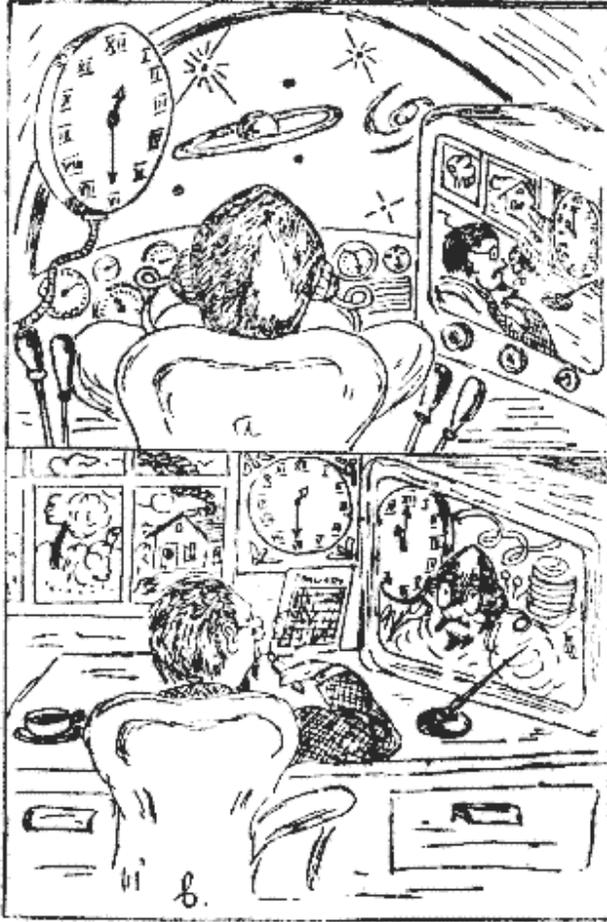
যে-কোন রেলার দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের জন্য আমরা এখানে পুরনো কিন্তু সবচেয়ে নির্ভরযোগ্য পদ্ধতি, মাপকাঠি কেলে মাপার পদ্ধতি গ্রহণ করব। কতটা মাপকাঠি একটার পর একটা রাখলে A থেকে B-তে পৌঁছা যাবে? মঞ্চ ধুরতে না থাকলে A ও B বিন্দুর মাঝের সবচেয়ে সংক্ষিপ্ত পথ অবশ্যই সনাতন ইউক্লিডীয় জ্যামিতির সর্বসর্বোত্তম বরাবর হ'ত। কিন্তু মঞ্চ ধুরতে থাকায় AB সর্বসর্বোত্তম বরাবর রাখা মাপকাঠি মিলিই বেগে চলতে থাকবে। ফলে কাঠির দৈর্ঘ্য আপেক্ষিকনানৈতিক সংকোচনের কারণে পড়বে এবং AB দু'র মাপতে বেশী সংখ্যক মাপকাঠির প্রয়োজন পড়বে। অবশ্য এখানে একটা মজার মাপার দেখা যাবে; মাপের কাঠিকে মঞ্চের কেন্দ্রের দিকে সরিয়ে আনলে কাঠির বৈশিষ্ট্য বেগ কমে যায়, ফলে সংকোচনের পরিমাণ কাঠি মূলে থাকলে যা হ'ত তাই চেয়ে কম হবে। এছাড়াই মাপ-কাঠির সরিকে কেন্দ্রের দিকে সরিয়ে আনলে AB দু'র বেড়ে গেলেও সংকোচনের পরিমাণ কম হওয়ার জন্য 'A' থেকে 'B'-তে যেতে কমসংখ্যক কাঠির ব্যবহার পড়বে। এখন যদি কাঠির পরিবর্তে আলোক-তরঙ্গ ব্যবহার করা হয় তাহলে আমাদের সিদ্ধান্ত হবে আলোক-তরঙ্গও মহাকর্ষের দিক বরাবর বেঁকে যায়; এখানে বেঁকে যাওয়ার দিকটি হচ্ছে কেন্দ্র হ'তে মূলে।

দূর্গায়মান মঞ্চ পরিত্যাগের পূর্বে আরেকটা পরীক্ষা করে নেওয়া যাক। দু'টি একই রকমের ঘড়ির একটিকে মঞ্চের কেন্দ্রে এবং আরেকটিকে পরিস্থিতি স্থাপন করি। এ অবস্থার প্রথম ঘড়িটি স্থির আর দ্বিতীয় ঘড়িটি গতিশীল; ফলে শেষের ঘড়িটি আস্তে চলবে। কেন্দ্রাভিমুখী বলকে মহাকর্ষ বল রূপে বিবেচনা করলে দেখা যাবে উচ্চ মহাকর্ষ বিভবে রাখা ঘড়িটি (যে দিকে মহাকর্ষ বল কাজ করে) আস্তে চলে। এই আস্তে চলা মঞ্চ প্রকাণ্ডের ভৌত, রাশাসনিক এবং জৈবিক প্রক্রিয়ার জন্য প্রযোজ্য। এম্পায়ার স্টেট বিল্ডিং-এর প্রথম তলায় যে মহিলা টাইপিষ্ট কাজ করছে তার বয়সবৃদ্ধি ঐ বিল্ডিং-এর সর্বোচ্চ তলার কর্মরত তার বয়স বোনের চেয়ে আস্তে হচ্ছে। অবশ্য এই তারতম্যের পরিমাণ অত্যন্ত সর। হিসাব কষে দেখা যাবে প্রথম তলার মহিলা তার বয়স বোন থেকে দশ বছরে এক সেকেন্ডের কয়েক লক্ষ অংশ পরিমাণ কম বয়সী হবেন। সূর্যপৃষ্ঠে ও পৃথিবীপৃষ্ঠের মাঝে মহাকর্ষের পার্থক্যের জন্য এই ফল আরও অন্যতর বেশী হবে। সূর্যপৃষ্ঠে বসিত একটা ঘড়ি পৃথিবীপৃষ্ঠের একটা ঘড়ি থেকে এক

শতাংশের বেশীকালের ভাঙের একত্রণ আস্তে চলেবে। অবশ্য সূর্যপৃষ্ঠে ঘড়ি বেগে তার সময় দেখা ধারও পক্ষে সম্ভব নয়, কিন্তু গৌর আবহাওয়ার উপস্থিত পরমাণুর বর্ণালী রেখার কম্পন-সংখ্যার পর্যবেক্ষণ থেকে হিসাব করে ঘড়ির আস্তে চলাই এই পরিমাণটি যাচাই করা হয়েছে।

যমজ বোনদের বিভিন্ন মহাকর্ষ-বিভবে কাঁচা মাপার জন্য তাদের বয়স-বৃদ্ধির হারের তারতম্যের প্রমাণি যমজ ভাইদের বয়স-সংক্রান্ত সমস্যার অনুরূপ; দুই ভাইয়ের একজন বাড়িতে থাকেন, অন্যজন প্রচুর সময় করেন। মনে করা যাক, যমজ ভাইদের একজন মহাশূন্যস্থানের চালক এবং অন্যজন ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত মহাশূন্যকেন্দ্রের কর্মচারী। চালক-মাতা দু'বছরী কোম মঞ্চের নিখিষ্ট উল্লেখের মাত্রা শুরু করলো; এই মাত্রায় তার যানের বেগ আলোর বেগের কাছাকাছি যার যে সময়ের তার ভাই ভূ-পৃষ্ঠেই কাজে বাস্তু বইলো। আইনস্টাইনো মতে, প্রত্যেক মাত্রারই বয়সবৃদ্ধি অন্য মাত্রা অপেক্ষা আস্তে হ'তে থাকবে। এভাবে চালক-মাতা যখন পৃথিবীতে ফিরে আসবে তখন যে আশঙ্কা করতে থাকবে যে সে তার ভাই অপেক্ষা বেশী বৃদ্ধিবে গেছে এবং অন্যদিকে অফিসের ভাই ঠিক এম উল্টো সিদ্ধান্তে পৌঁছাবে। অবশ্য এ ধরনের মাপার-বিভেদী সিদ্ধান্ত অর্থহীন, কেননা চুলের পুরুতা থেকে যদি বয়সের হিসাব করা যায় তাহলে সহজেই দুই ভাই পাশাপাশি আয়মান সময়ে দাঁড়িয়ে নির্ণয় করতে পারবে কার দশা বেশী বেড়েছে।

এই আপাত-বিভ্রান্তির উত্তরে করা যায় যে, যমজদের বয়সের একত্র তুলনামূলক বৃদ্ধি কেবলমাত্র বিশেষ আপেক্ষিকতত্ত্বের ব্যাখ্যার মতো সঠিক, দেখানে সর্বসর্বোত্তম সমবেগই একমাত্র বিবেচনার বিষয়। একেত্রে চালক-মাতা কোমদিনই পৃথিবীতে ফিরে আসবে না এবং সম্ভবত অকস্মে কর্মরত মাতার পাশাপাশি আয়মান যাননে দাঁড়িয়ে চুলের পুরুতা থেকে বয়সের তুলনা করতে পারবে না। সবচেয়ে ভালো হয় যদি দুই ভাই দু'টি টেলিভিশন সেট সামনে রাখতে পারবে যার একটিকে অফিসে কর্মরত মাতাকে মাপার উপরে নিয়ন্ত্রণ ঘড়ি সহ ভেঙে বসে থাকতে দেখা যাবে এবং অন্যটিকে দেখা যাবে মহাশূন্য-স্থানের কক্ষপথে আয়মান চালক-মাতা ও তার ঘড়িটি (চিত্র-২১)।



চিত্র ২৬. টিভি গেটে পরিলক্ষিত যমজ ভাইদের আপেক্ষিক বয়স বৃদ্ধি।

ওয়াশিংটন বিশ্ববিদ্যালয়ের ডঃ ইউজিন ফীনবার্গ (Eugene Feenberg) রেডিও-সংকেত চলাচলের সুপরিচিত সূত্রের সাহায্যে এই গিগারটির তাত্ত্বিক গবেষণা চালিয়ে দিলেন। তাঁর গবেষণার ফলাফল ছিল এই যে, প্রত্যেক ভাই তার টিভিতে অন্য জনকে অধিকতর আন্তে বুড়িয়ে যেতে দেখবে। কিন্তু যদি চালক-ভাইকে ফিরে আসতে হয় তাহলে তাকে প্রথমত তার

যানের গতি মন্দীভূত করে, তারপর একদম পামিয়ে ফেলতে হবে এবং এরপর বাড়ির পথে যানটিকে ফিরিত করতে হবে। এর ফলে এখন আবার যমজ ভাইদের অবস্থা অন্যরকম হয়ে পড়বে। আশংকা পূর্বেই দেখেছি যে, ভ্রমণ ও মদন মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের সমতুল্য যেখানে বাড়ির কাঁটা এবং অন্যান্য ঘটনাকাল মন্বন্তর প্রাপ্ত হয়। ঠিক যেমন এম্পায়ার স্টেট বিল্ডিং-এর সর্বোচ্চ তলায় কর্মরত বোনের বয়সের চেয়ে সর্বনিম্নতলার বোনের বয়স আন্তে বাড়তে তেমনি চালক-ভ্রাতার বয়স তার অফিসের কর্মরত ভ্রাতার চেয়ে আন্তে বাড়বে। ভ্রতরাঃ মহাশূন্য ভ্রমণ যদি যথেষ্ট দীর্ঘ হয় তাহলে চালক-ভ্রাতা যাত্রাশেষে ফিরে তার কানো গোঁকে তা নিজে দিতে দেখতে পাবে তার যমজ ভাই-এর টাকপড়া উজ্জ্বল, মন্বন্তর মন্তকটি। ভ্রতরাঃ এখানে কোন বিভ্রান্তির অবকাশ নেই। মহাকর্ষ-ক্ষেত্রে বাড়ির আন্তে চলার সমতুল্য নিরূপণের (যদি আবও বাচাইয়ের প্রয়োজন থাকে) একটি মজাদার পরীক্ষার প্রস্তাব করেছিলেন মেরিলাও বিশ্ববিদ্যালয়ের এন. এক. সিঙ্গার (S.F. Singer)। তাঁর প্রস্তাবটি ছিল, একটি পারমাণবিক ঘড়িকে কৃত্রিম উপগ্রহে বেধে উপগ্রহটিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে বিভিন্ন উচ্চতায় স্থাপন করে বৃত্তাকার পথে গতিশীল করা। সিঙ্গার বলে দেখা গেছে যে, আশংক্যে পৃথিবীর বাসারের চেয়ে কম উচ্চতায় আপেক্ষিকতাত্ত্বিক যে ফলটি গুরুত্বপূর্ণ হবে তা হচ্ছে গতির জন্য ঘড়ির $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ অনুপাতে আন্তে চলা। উচ্চতা অধিক হলে বেগের কারণে আন্তে চলার ফলটি অপ্রধান হয়ে দাঁড়াবে এবং ঘড়িটি সময় হারানোর পরিবর্তে সময় লাভ করবে (ক্রম চলবে)। কারণ ঘড়িটি তখন আপেক্ষাকৃত দুর্বল মহাকর্ষ-ক্ষেত্রে অবস্থান করবে (যেমন এম্পায়ার স্টেট বিল্ডিং-এর সর্বোচ্চ তলায় কর্মরত যমজ বোন)। এই মজার পরীক্ষাটি যে আইনস্টাইনের মতবাদকে দৃঢ় ভিত্তির উপর প্রতিষ্ঠিত করবে এতে সন্দেহের কোনই অবকাশ নেই।

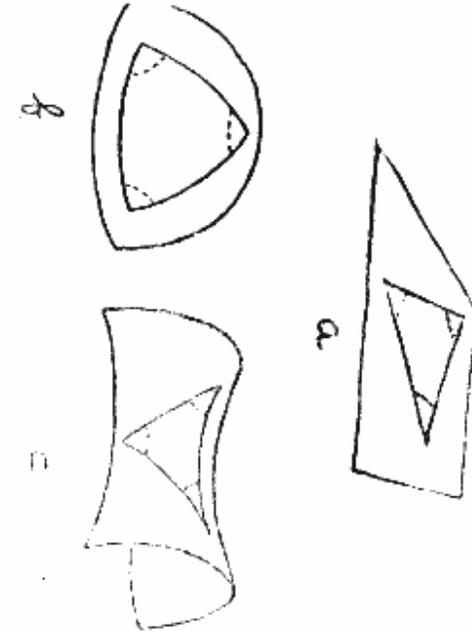
বর্তমান আলোচনা থেকে আশংকা এই সিদ্ধান্তে উপনীত হই যে, মহাকর্ষ-ক্ষেত্র দিয়ে চলা আলোক-রশ্মি সরলপথে যায় না, পরিবর্তে তা মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের দিকে বেঁকে যায় এবং মাপকাঠির সঙ্কোচন হেতু দু'টি বিদ্যুৎ মধ্যমতী সংকীর্ণতম পদার্থ ও সরলরেখার পরিবর্তে মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের দিকে বাঁকানো বক্ররেখা।

তাহলে শূন্যের মধ্যে আলোর পথ বা দুই বিন্দুর মধ্যবিন্দু সংক্ষিপ্ততম পথ হুজা সরলরেখার আর কি সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে? আইনস্টাইনের মত ছিল, মহাকর্ষ-ক্ষেত্রে সরলরেখার পুরাতন ধারণাকে ঠিক রাখা, কিন্তু আলোর পথ বা দুই বিন্দুর মধ্যবর্তী সংক্ষিপ্ততম পথকে বক্র না বলে বলা উচিত যে স্থানটি নিজেই বক্র। ত্রিমাত্রার বক্র স্থানের ধারণা করা অত্যন্ত কঠিন এবং তার চেয়েও কঠিন চারমাত্রার বক্রদেশের ধারণা বেরান্নে সময় চতুর্থ মাত্রা বা স্থানকে কাজ করে। সবচেয়ে ভালো হয়, আমাদের পরিচিত দুই মাত্রার তলের সাথে এর সাদৃশ্য কল্পনা করা। আমরা সমতলের ইউক্লিড জ্যামিতির সাথে পরিচিত; এখানে সমতল বা চ্যাপ্টা ক্ষেত্রে অঁকা বক্রবির ক্ষেত্র মিলে আনোচনা করা হয়। কিন্তু সমতলের পরিবর্তে যদি বক্রতলের উপরে জ্যামিতিক ক্ষেত্র অঁকা যায়, যেমন গোলকের উপরে, তাহলে সেখানে ইউক্লিডের জ্যামিতি প্রযোজ্য হয় না। ২৭নং চিত্রে এটা দেখানো হয়েছে; এখানে ত্রিভুজ অঁকা হয়েছে (ক) সমতলের উপরে (খ) গোলকতলের উপরে এবং (গ) এমন একটি তলে থাকে 'ঘোড়ার জিনের তল' (Saddlesurface) বলা যেতে পারে।

সমতলে অঙ্কিত ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০° । গোলকতলে অঙ্কিত ত্রিভুজের তিন কোণ ১৮০° -এর চেয়ে কম। গোলক ও ঘোড়ার জিনের তলে অঙ্কিত ত্রিভুজের বাহুগুলি তিনমাত্রার দৃষ্টকোণ থেকে সোজা নয় মতাই, কিন্তু এগুলিই সবচেয়ে সোজা পথ। অর্থাৎ তল ত্যাগ না করে দু'টি বিন্দুর মধ্যকার সংক্ষিপ্ততম পথ। নামকে বিবাস্তব কবল থেকে মুক্ত রাখার জন্য পমিত্তবিদরা এই রেখাগুলিকে জিওডেসিক রেখা বা শুধু জিওডেসিক বলেন।

একইভাবে আমরা ত্রিমাত্রার ক্ষেত্রে জিওডেসিকালরেখা বা ক্ষুদ্রতম রেখা বলতে পারি তাকেই যে-পথে দু'টি বিন্দুর মধ্যে আলোকরশ্মি গমন করে; এবং যে স্থানে ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি মেপে ১৮০° পাৰ সে স্থানকে বলব সমতল, ১৮০° -এর বেশী হ'লে বলব দেশ গোলকতলের মতো বা বক্রতা ধনাত্মক আর পেশেন বক্রতা ঋণাত্মক বা ঘোড়ার পিঠের মতো যদি তিন কোণের সমষ্টি ১৮০° অপেক্ষা কম হয়। কল্পনা করা যাক, তিনজন জ্যোতিষবিদ পৃথিবী, শুক্র এবং মঙ্গলে দাঁড়িয়ে এই গ্রহগুলির মাঝে আলোক গমনকারী পথের দ্বারা তৈরি ত্রিভুজের কোণের সমষ্টি নির্ণয়

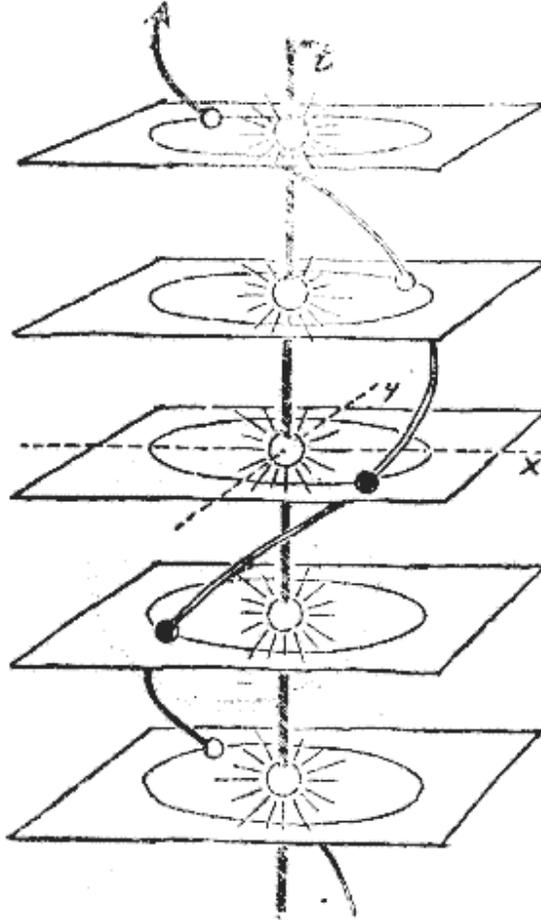
করছে। যেহেতু আমরা দেখেছি যে, সৌর মহাকর্ষ-ক্ষেত্রে আলো ক্ষেত্রের দিকে বেঁকে যায় এজন্য এ অবস্থাটা দেখতে ২৫নং-চিত্রের মতো হবে এবং ত্রিভুজের তিনকোণের সমষ্টি ১৮০° অপেক্ষা বেশী হবে। এ অবস্থার জন্য যদি বলা হয়, আলো সংক্ষিপ্ততম পথে বা জিওডেসিক পথে চলে, কিন্তু সূর্যের চারপাশের স্থানের বক্রতা ধনাত্মক তাহলে উক্তিটা যুক্তিযুক্ত হবে। অনুকপভাবে সূর্যনামান গোলকাকার মস্তুর কেন্দ্রাতিমুখী বসকেত্রের সমতুল্য মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের স্থানকে ঋণাত্মক দিকে বক্র বলে বিবেচনা করতে হবে।



চিত্র ২৭. (a) সমতলপৃষ্ঠে ত্রিভুজ (b) গোলক ও ঘোড়ার জিনাকৃতি পৃষ্ঠ।

আইনস্টাইনের অভিকর্ষ সম্পর্কিত জ্যামিতিক মতবাদের ভিত্তি উপরের যুক্তিতর্কের উপরে প্রতিষ্ঠিত। তাঁর মতবাদ পুরনো নিউটনীয় মতবাদের দৃষ্টভঙ্গির পরিপূরকরূপে কাজ করে। এই মতবাদ অনুসারে সূর্য তার

চাঁদপাশের দেশে এমন নির্দিষ্ট বলক্ষেত্র তৈরি করে দার কলে গ্রহসমূহ সরলপথ হ'তে বিচ্যুত হয়ে বক্রপথে ঘুরতে বাধ্য হন। আইনস্টাইনের



চিত্র ২৮. দেশকাল পরিবর্তনের বর্ণনায় পৃথিবীর বিশৃঙ্খলা। এখানে উল্লম্ব সময়-অক্ষ t এবং দেশ-অক্ষ x ও y স্থানাঙ্কক পদ্ধতিতে দেখানো হয়েছে।

বর্ণনায়—নিজে বক্র এবং এই বক্রদেশে গ্রহসমূহ সবচেয়ে সৌভাগ্যপূর্ণ অর্থাৎ জিওডেসিক পথে ভ্রমণ করে। বিজ্ঞানি নিরসনের জন্য বলা

প্রয়োজন যে, এখানে চাঁদ মাত্রের দেশ-কালে (space-time) জিওডেসিকের কথা বলা হয়েছে, কিন্তু কক্ষপথটি তিনমাত্রার দেশেই যে-জিওডেসিক এমনটা বলা ভুল হবে। বিষয়টি চিত্রিত করা হয়েছে ২৮ নং চিত্রে; এখানে সময়-অক্ষ t এবং x, y কক্ষতলে অবস্থিত স্থানাঙ্ক নির্ণায়ক অক্ষ। প্যাচানো রেখাটি কোন বস্তুর (এ ক্ষেত্রে পৃথিবী) জগত্বরেখা এবং এই পথই দেশ-কালের পরিমন্ডলে* জিওডেসিক রেখা। দেশ-কালের বক্রতা-রূপে মহাকর্ষের আইনস্টাইনীয় ব্যাখ্যা সনাতন নিউটনীয় মতবাদ হ'তে সামান্য পরিবর্তিত ফল প্রদান করে এবং পরীক্ষার সাহায্যে সত্যতা যাচাইয়ের দুয়ার খোলা রাখে। উদাহরণস্বরূপ, এই মতবাদ বুধগ্রহের বৃহৎ অক্ষের প্রতি শতাব্দীতে ৪৩ কৌণিক সেকেন্ড পরিমাণ প্রণয়নের ব্যাখ্যা দিয়ে সনাতন নভোকাশ বলবিদ্যার একটি দীর্ঘদিনের রহস্যের সমাধান করেছে।

* এখানে অবশ্যই লক্ষ্যীয় যে ২৮নং চিত্রের উল্লম্ব ও আনুভূমিক কোণের মান প্রয়োজনের কারণেই বিভিন্ন। বাস্তবিক পক্ষে, পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যেখানে আট মিনিট (আলোর পৌঁছানোর সময় দিয়ে যদি মাপা হয়), এক ছান্দুয়ারির কক্ষতল থেকে অন্য ছান্দুয়ারির কক্ষতলের দূরত্ব সেখানে এক বছর অর্থাৎ আট হাজার গুণ বড়। কাজেই সঠিক ক্ষেত্রে অঙ্কন করলে জিওডেসিক রেখা সরলরেখা থেকে সামান্যই বিচ্যুত হবে।

বা তাঁর অনুসারীরা মহাকর্ষের সাপে ব্যাক্সওয়েলের তড়িৎগতিবিজ্ঞানের কোন যোগসূত্র স্থাপনে ব্যর্থ হয়েছেন।

দশম অধ্যায়

মহাকর্ষের অসমাহিত সমস্যাবলী

মাইকেল ফারাডে (১৭৯১-১৮৬৭), যিনি বিদ্যুৎ ও চুম্বকের ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ অবদান রেখেছেন, তাঁর গবেষণা লিপিবদ্ধ করার উদ্দেশ্যে ১৮৪৯ খ্রীস্টাব্দের তারিখে এক মজার লেখা দেখা যায়। এখানে লেখা ছিল:

মহাকর্ষ : অবশ্যই এই বল বিদ্যুৎ, চুম্বক এবং অন্যান্য প্রকার বলের সাথে পরীক্ষার সাহায্যে এমনভাবে যুক্ত থাকবে যে বিপরীত জিয়া ও সমতুল্য বলের সাহায্যে একে অন্যান্য প্রকার বল হ'তে পরিবর্তিত করা যাবে। তথা ও পরীক্ষার সাহায্যে বিষয়টিকে সম্পন্ন করার চেষ্টা করা যাক।

এই বিখ্যাত ব্রিটিশ পদার্থবিদ এদের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য যে অসংখ্য পরীক্ষা-নিরীক্ষার আয়োজন করেছিলেন তা 'সকলি গরল তেল'। অবশেষে তিনি তাঁর উদ্দেশ্যের এ অংশের ইতি টেনেছেন এই বলে:

এখনকার মতো আমার পরীক্ষা এখানেই শেষ করছি; মহাকর্ষ ও বিদ্যুতের মধ্যকার সম্পর্ক সম্বন্ধে আমার বিশ্বাস একতিল শিথিল হয়নি, যদিও পরীক্ষাগুলি থেকে এমন সম্পর্কের প্রমাণ মিলছে না।

নিউটন হ'তে শুরু হয়ে যে মহাকর্ষ মতবাদ আইনস্টাইনের হাতে শেষ হয় সেই মতবাদ এক রাজকীয় নিঃসঙ্গতায় ভুগবে, এটা যেন কেমন লাগে; এই মতবাদ যেন বিজ্ঞানের এক ভাঙ্গনহল (চিত্র ২৯) মাত্র, যার সাথে বিজ্ঞানের অন্যান্য হাজারো গবেষণা ও অগ্রগতির কোনই সম্বন্ধ নেই। আইনস্টাইনের মহাকর্ষ-ক্ষেত্রের বারণা তাঁর বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদকে ভিত্তি করে গড়ে উঠেছিল এবং বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদ নিমিত্ত হয়েছিল তড়িৎ-চৌম্বক ক্ষেত্রের ধারণাকে আশ্রয় করে। গত শতাব্দীর শেষের দিকে যার প্রতিষ্ঠা করেছিলেন ব্রিটিশ পদার্থবিদ জেমস ক্লার্ক ম্যাক্সওয়েল (James Clerk Maxwell: ১৮৩১-৭৯)। কিন্তু অনেক চেষ্টা সত্ত্বেও আইনস্টাইন



চিত্র ২৯. অভিকর্ষ-বলির। বলির গাঠনের সমীকরণগুলি হচ্ছে আইনস্টাইনের আপেক্ষিক অভিকর্ষতত্ত্বের মূল সমীকরণসমূহ।

আইনস্টাইনের মহাকর্ষ মতবাদ কোয়ান্টাম মতবাদের প্রায় সমসাময়িক দলা যায়; কিন্তু আগমনের ৪৫ বছরের মধ্যে মতবাদ দু'টির অগ্রগতির

হার দু'রকম। মাক্স প্রাক কতৃক সূচনার পর কোয়ান্টাম মতবাদ নীল বোর, লুই দ্য ব্রাগলী, আরউইন শ্রোডিঞ্জার, ওয়েরনার হাইসেনবার্গ এবং অন্য বিজ্ঞানীদের কাজের মধ্য দিয়ে প্রভূত উন্নতি লাভ করে একটি বিস্তৃত শৃঙ্খলাপূর্ণ শীখা রূপে গড়ে উঠে। অন্যদিকে মহাকর্ষ মতবাদ আজ থেকে অর্ধশত বছর পূর্বে আইনস্টাইন কতৃক প্রচারণার সময় যে পর্যায়ে ছিল আজও ঠিক সে অবস্থায় আছে। যখন শত শত এমনকি হাজার হাজার বিজ্ঞানী কোয়ান্টাম মতবাদের বিভিন্ন দিক নিয়ে গবেষণা চালাচ্ছেন এবং ব্যবহারিক ক্ষেত্রে প্রয়োগ করছেন তখন মাত্র কতিপয় ব্যক্তি তাঁদের সময় ও আবেগকে মহাকর্ষ মতবাদের উন্নতিকল্পে নিয়োজিত রেখেছেন। এর কারণ কি এই যে, শূন্যস্থান পদার্থের চেয়ে বেশী সুরল? অথবা, মহাকর্ষ সম্পর্কে আমাদের যা কিছু করার ছিল তার সবই আইনস্টাইনের প্রতিভা দ্বারা উন্মোচিত হয়েছে? ফলে একে আরো উন্নত করার কৃতিত্ব থেকে আমাদের যুগকে বঞ্চিত করেছেন?

মহাকর্ষকে দেশ-কালের জ্যামিতিক ধর্মে রূপান্তরিত করার পর আইনস্টাইনের বিশ্বাস জন্মছিল যে তড়িৎ-চৌম্বক ক্ষেত্রের ঠিক একই প্রকারের জ্যামিতিক ব্যাখ্যা দেওয়া সম্ভব। তাঁর এই ধারণা থেকে যে একীভূত ক্ষেত্র তত্ত্বের (Unified field theory) উদ্ভব হয় তা খুঁড়িয়ে চলতে থাকে এবং নৃত্যর পূর্ব পর্বস্ত আইনস্টাইন এখানে তাঁর পূর্বের কাজের মতো সহজ, সাবলীল ও বিশ্বাস উৎপাদনকারী কোন কিছু দিয়ে যেতে ব্যর্থ হন। এখন অনুমিত হয় যে, মহাকর্ষ ও তড়িৎ-চৌম্বক বলের সঠিক সম্বন্ধ হয়তো আসবে মৌলিক কণার সম্বন্ধে জ্ঞান থেকে যাদের সম্পর্কে আজকাল আমরা অনেক কিছু শুনতে পাই এবং যখন জানা যাবে কেন নির্দিষ্ট চার্জ ও ভরবিশিষ্ট এ সকল কণার অস্তিত্ব দেখা যায়।

এ সম্পর্কে একটি মৌলিক প্রশ্ন দু'টি বস্তুকণার মহাকর্ষ ও তড়িৎ-চৌম্বক বলের আনুপাতিক শক্তির সাথে জড়িত। ইতিপূর্বে এই পুস্তকের গোড়ার দিকে, যেখানে আমরা মহাকর্ষ নিয়মের প্রতিষ্ঠা করেছিলাম সেখানে, দেখেছি যে আকর্ষণবল ও দূরত্বের মধ্যকার সম্বন্ধ বিপরীত বর্গীয় নিয়ম বেনে চলে। ফরাসী বিজ্ঞানী চার্লস এ. কুলম্ব (১৭৩৬-১৮০৬) ১৭৮৪ খ্রীস্টাব্দে দেখেছিলেন যে, দু'টি চার্জের মধ্যকার বল অনুরূপ এক বিপরীত বর্গীয় নিয়ম বেনে চলে।

আমরা এখন 8×10^{-26} গ্রাম ভরের দু'টি বস্তুকণার মাঝের মহাকর্ষ ও বৈদ্যুতিক বলকে বিবেচনা করতে পারি; কণা দু'টির ভর ইলেকট্রন ও প্রোটনের মাঝামাঝি এবং এরা r দূরত্বে অবস্থান করছে। কুলম্বের সূত্র অনুযায়ী এখানে স্থির-বৈদ্যুতিক বলের পরিমাণ e^2/r^2 , এখানে $e (8.99 \times 10^{-20}$ স্থির বৈদ্যুৎ একক) * সর্বনিম্ন বৈদ্যুতিক চার্জ। অন্যদিকে, নিউটনের সূত্র অনুযায়ী মহাকর্ষ-বলের পরিমাণ পাওয়া যায় GM^2/r^2 সূত্রের দ্বারা, যেখানে $G (6.67 \times 10^{-9})$ মহাকর্ষ ধ্রুবক এবং $M (8 \times 10^{-26}$ গ্রাম) ইলেকট্রন প্রোটনের মাঝামাঝি ভর। দুই প্রকার বলের অনুপাত হচ্ছে e^2/GM^2 যার সংখ্যামান 10^{42} -এর সমান। যে মতবাদ বৈদ্যুতিক ও মহাকর্ষ-বলের মধ্যকার সম্পর্কের ব্যাখ্যার দাবি রাখে তাকে অবশ্য বুঝিয়ে দিতে হবে কেন বৈদ্যুতিক আকর্ষণ মহাকর্ষ-আকর্ষণ অপেক্ষা 10^{42} গুণ বড়। স্মরণ করা যেতে পারে যে, এই অনুপাতটি একটি শুদ্ধ সংখ্যা এবং ভৌত রাশিসমূহের পরিমাপ করার জন্য যে এককই ব্যবহার করা হোক না কেন এই সংখ্যা অপরিবর্তিত থাকে। তদ্বীয়া সূত্রে অনেক সময় সংখ্যামানের ধ্রুবক দেখা যায় এবং এই সংখ্যাগুলিকে গাণিতিক উপায়ে পাওয়া সম্ভব। কিন্তু এ ধরনের সংখ্যামানগুলি সাধারণত ক্ষুদ্র সংখ্যা যেমন 2π , $\frac{3}{2}$, $\pi^2/3$ ইত্যাদি। কিন্তু 10^{42} -এর মতো বড় ধ্রুবককে কি উপায়ে গাণিতিকভাবে প্রতিষ্ঠিত করা যায়?

বিশ বছরেরও আগে বিখ্যাত ব্রিটিশ পদার্থবিদ পি. এম. এ. ডিরাক এ সম্পর্কে একটি মজার সন্দেহনার কথা বলেছিলেন। তাঁর মতে, 10^{42} সংখ্যাটি ধ্রুবক নয়, বরং সংখ্যাটি সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল এবং বিশ্বের বয়সের সাথে সম্পর্কযুক্ত। সমপ্রসারণশীল বিশ্ব মতবাদ অনুসারে আমাদের বিশ্ব 5×10^9 বছর বা 10^{10} সেকেন্ড পূর্বে জন্মানাভ করেছিল। বছর বা সেকেন্ড অবশ্যই সময় নাপার কোন মৌলিক একক নয়, ইচ্ছামতো পছন্দ করা একক মাত্র এবং এজন্যই সময়ের একক এমনভাবে নির্বাচন করতে হবে যেন এককটি পদার্থ ও আলোর মূল ধর্ম থেকে নির্ণয় করা যায়; এটা করার একটা যুক্তিযুক্ত পদ্ধতি হচ্ছে কোন মৌলিক কণার ব্যাস

* যে চার্জ একই প্রকারের এক সেন্টিমিটার দূরে রাখা একটি চার্জকে এক ভাইন বলে বিকর্ষণ করে তাকে এক স্থিরবৈদ্যুৎ একক চার্জ বলে।

অতিক্রম করতে আলোর যে সময় লাগে সে সময়কে নির্বাচন করা। যেহেতু সকল মৌলিক কণার ব্যাস প্রায় ৩×১০^{-১০} সে. মিটার এবং আলোর বেগ ৩×১০^{১০} সে.মিটার/সেকেন্ড, অতএব সময়ের প্রাথমিক একক হচ্ছে:

$$৩ \times ১০^{-১০} / ৩ \times ১০^{১০} = ১০^{-২০} \text{ সেকেন্ড।}$$

বিশ্বের বর্তমান বয়স দিয়ে উপরের সময় একককে ভাগ করলে আমরা পাই $১০^{১১} / ১০^{-২০} = ১০^{৩১}$ এবং এটা বৈদ্যুতিক ও মহাকর্ষ বলের অনুপাতের প্রাপ্ত মানের সমান। এজন্যই ডিরাক বলেছিলেন যে, বৈদ্যুতিক ও মহাকর্ষ বলের অনুপাত আমাদের বিশ্বের বয়সের সাথে সম্পর্কযুক্ত, যেহেতু এটা মনে করার সম্ভব কারণ আছে যে, সর্বনিম্ন বৈদ্যুতিক চার্জ (e) সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় না। ডিরাক এই সিদ্ধান্তে উপনীত হয়েছিলেন যে মহাকর্ষ ধ্রুবক (G) সময়ের সাথে হ্রাস যাচ্ছে এবং এই হ্রাসের পরিমাণকে বিশ্বের প্রসারণ ও তার ফলে পদার্থের ঘনত্ব কমানোর সাথে সম্পর্কিত করা হয়।

ডিরাকের এই মতবাদ পরবর্তীকালে এডওয়ার্ড টেলর (হাইড্রোজেন বোমার জনক) কর্তৃক সমালোচিত হয়েছিল। তিনি দেখিয়েছিলেন যে, মহাকর্ষ ধ্রুবক G-এর পরিবর্তন হলে তার জন্য ভূ-পৃষ্ঠের তাপমাত্রার পরিবর্তন হবে। প্রকৃতপক্ষে, মহাকর্ষ হ্রাসের ফলে গ্রহদের কক্ষপথের ব্যাসের বিস্তার সাধন হ'ত (বলবিদ্যার সূত্রের সাহায্যে দেখানো যায়) এবং G-এর বিপরীত অনুপাতে পরিবর্তিত হ'ত। এই হ্রাসের ফলে সূর্যের অভ্যন্তরের স্থিতিশীলতায় গোলমাল দেখা দিত এবং ফলশ্রুতিতে সূর্যের কেন্দ্রীয় তাপমাত্রার ও শক্তি উৎপাদনকারী তাপ-নিউক্লীয় বিক্রিয়ার হারের পরিবর্তন দেখা যেত।

নক্ষত্রের অভ্যন্তরীণ গঠন ও শক্তি উৎপাদনের মতবাদ থেকে যে কেউ দেখতে পারে যে সূর্যের ঔজ্জ্বল্য বা প্রভা* L পরিবর্তিত হয় $G^{7.26}$ হারে। যেহেতু ভূ-পৃষ্ঠের তাপমাত্রার হ্রাস-বৃদ্ধির পরিবর্তন সৌর ঔজ্জ্বল্যের চতুর্থ মূলকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের বর্গ দিয়ে ভাগ করে পাওয়া যায় এজন্য দেখা যায় যে, এটা $G^{2.4}$ -এর সমানুপাতিক বা (সময়) $^{2.4}$ -এর ব্যস্তানুপাতিক হবে, যদি আমরা G সময়ের সাথে ব্যস্তানুপাতে কমা-

* আলোক-উৎসের প্রভা, প্রতি সেকেন্ডে বিকীর্ণ আলোকের পরিমাণকে নির্দেশিত হয়।

বেশী হয়। এই পুস্তক রচনার সময়ে সৌরমণ্ডলের বয়স তিন বিলিয়ন বছর বলে পরিগণিত ছিল এবং বয়সের এই হিসাবকে সঠিক ধরে নিয়ে টেলর দেখিয়েছিলেন যে, ক্যামব্রিয়ান যুগে (Cambrian era; ৬ বিলিয়ন বছর পূর্বে) পৃথিবীপৃষ্ঠের তাপমাত্রা পানির স্ফুটনাঙ্কের ৫০° সে.সি.এর উপরে ছিল এবং আমাদের বাসভূমির সব পানিই ছিল বাষ্পীয় অবস্থায়। যেহেতু ভূ-তাত্ত্বিক উপাত্ত থেকে জানা যায় যে, ঐ সময়ে পূর্ণগঠন সামুদ্রিক প্রাণীর অস্তিত্ব বিদ্যমান ছিল। সেজন্য টেলর সিদ্ধান্তে এসেছিলেন যে, ডিরাকের মহাকর্ষ সংক্রান্ত মতবাদ সত্য হতে পারে না। গত দশবছরে সৌরজগতের বয়সের হিসাব অবশ্য পরিবর্তিত হয়ে উচ্চমানের দিকে গেছে এবং সঠিক অঙ্কটা পাঁচ বিলিয়ন বা তারও বেশী হতে পারে। যদি তাই হয় তাহলে প্রাচীন যুগের তাপমাত্রা স্ফুটনাঙ্কের নিচে চলে এসে টেলরের আপত্তিকে নাকচ করে দেয়, অবশ্য যদি ঐ ধরনের গরম পানিতে ট্রিলোবাইটস (Trilobites) ও সিলুরিয়ান মুলস্ (Silurian molluscs)-এর পক্ষে বেঁচে থাকা সম্ভব হয়। এর দ্বারা প্রাণের বিবর্তনের প্রথম-দিকে তাপীয় পরিব্যক্তি (Thermal mutation) হার বৃদ্ধি পেয়ে আদি জীবের উদ্ভব সংক্রান্ত মতবাদগুলি শক্তিশালী হ'ত এবং আরও গোড়ার দিকে অধিক উষ্ণতার সম্ভাবনা দ্বারা নিউক্লিক এসিড তৈরি নিশ্চিত করত। এখানে উল্লেখ্য যে, নিউক্লিক এসিড প্রোটিনের সহযোগী হিসেবে সকল জীবের বাসায়নিক তিস্তি বলে বিবেচিত। সুতরাং মহাকর্ষ ধ্রুবকের পরিবর্তনশীলতার প্রশ্ন এখনও রুদ্ধ হয়ে যায়নি।

মহাকর্ষ ও কোয়ান্টাম-তত্ত্ব

আমরা দেখেছি, ভরসমূহের মধ্যকার মহাকর্ষ প্রতিক্রিয়া সম্পর্কিত নিউটনের সূত্র চার্লসমুহের মধ্যকার বৈদ্যুতিক প্রতিক্রিয়ার সূত্রের অনুরূপ এবং আইনস্টাইনের মহাকর্ষ-ক্ষেত্র তত্ত্বের সাথে মাত্রাওয়েনের তড়িৎ-চৌম্বক ক্ষেত্র তত্ত্বের সাদৃশ্য আছে। কাজেই আশা করা সম্ভব যে, একটি চার্জ যেমন বৈদ্যুতিক তরঙ্গের সৃষ্টি করে তেমনি একটি ভরও মহাকর্ষ-তরঙ্গের সৃষ্টি করবে। ১৯১৮ সালে প্রকাশিত একটি বিখ্যাত প্রবন্ধে আইনস্টাইন তাঁর সার্বিক আপেক্ষিকতত্ত্বের মূল সমীকরণের সমাধানে দেখিয়েছিলেন যে আলোর বেগে গমনকারী মহাকর্ষীয় আলোড়ন এর প্রতিনিধিত্ব করে।

এ প্রকারের তরঙ্গের অস্তিত্ব থাকলে তারা শক্তি বহন করবে কিন্তু তাদের প্রাণিত্য বা যে পরিমাণ শক্তি তারা বহন করবে তা অত্যন্ত অল্প। উদাহরণস্বরূপ, পৃথিবী সূর্যের চারপাশে কক্ষ-পথ পরিক্রমণকালে প্রায় 0.001 ওয়াট শক্তি নিঃসরণ করবে এবং এর ফলে পৃথিবী সূর্যের দিকে এক বিলিয়ন বছরে এক সেন্টিমিটারের এক মিলিয়ন ভাগ গবে আসবে। এমন দুর্বল প্রকৃতির তরঙ্গ খুঁজে পাওয়ার কোন উপায় কেউ এখনো নির্দেশ করতে পারেনি।

তড়িৎ-চৌম্বক তরঙ্গের মতো মহাকর্ষ-তরঙ্গও কি পৃথক শক্তি-প্যাকেট বা কোয়ান্টার বিভাজ্য? প্রশ্নটি প্রায় কোয়ান্টাম-তত্ত্বের সমসাময়িক এবং মাত্র দু'বছর আগে ডিরাক এর চূড়ান্ত উত্তর দিতে সমর্থ হয়েছেন। তিনি মহাকর্ষ-ক্ষেত্র সমীকরণকে কোয়ান্টায়িত করতে সক্ষম হন এবং দেখান যে, মহাকর্ষ-কোয়ান্টা বা 'গ্রাভিটোন'-এর শক্তি তার প্লাঙ্ক ধ্রুবক (h) গুণ; ঠিক যেমনটি আলোক-কোয়ান্টা বা ফোটনের শক্তির ক্ষেত্রে দেখা যায়। অথবা গ্রাভিটনের স্পিন ফোটনের স্পিনের দ্বিগুণ।

দুর্বল প্রকৃতির হওয়ার কারণে মহাকর্ষী তরঙ্গ নভো-বলবিদ্যায় কোন গুরুত্ব বহন করে না। কিন্তু মৌলিক কথা বিষয়ক পদার্থবিদ্যায় কি এদের কোন ভূমিকা থাকতে পারে না? পদার্থের এসকল চূড়ান্ত ঋণ স্বাধীকরণ 'ক্ষেত্রকথা' শোষণ বা বর্জন করে নানাক্রম জিয়া-প্রতিক্রিয়ার সৃষ্টি করে। তড়িৎ-চৌম্বক জিয়ায় এভাবে (যেমন বিপরীত চার্জের পারস্পরিক আকর্ষণ) ফোটনের গ্রাভিটোন শোষণ বা নিঃসরণ ঘটে; খুব সম্ভব মহাকর্ষীয় জিয়া-প্রতিক্রিয়ার ক্ষেত্রে অনুরূপভাবে সম্পর্কিত। বিগত কয়েক বছর এটা স্পষ্ট হয়ে গেছে যে, পদার্থের সমুদয় জিয়া-প্রতিক্রিয়াকে তিনটি স্বতন্ত্র ভাগে ভাগ করা যায়: ১. শক্তিশালী মিথস্ক্রিয়া তড়িৎ-চৌম্বক বল-এর অন্তর্ভুক্ত ২. দুর্বল মিথস্ক্রিয়া যেমন তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াসের বিটা ক্ষয়; যেখানে একটি ইলেকট্রন ও একটি নিউট্রিনো নিঃসরণিত হয়; ৩. মহাকর্ষীয় মিথস্ক্রিয়া। এই জিয়া দুর্বল বলে কথিত জিয়ার চেয়েও অনেক গুণ বেশী দুর্বল। কোন মিথস্ক্রিয়ার শক্তি তার কোয়ান্টামের শোষণ বা নিঃসরণের হার অথবা সম্ভাব্যতার উপর নির্ভরশীল। উদাহরণস্বরূপ, একটি ফোটন নিঃসরণ করতে একটি নিউক্লিয়াসের 10^{-29} সেকেন্ড (এক সেকেন্ডের বিলিয়ন ভাগের মিলিয়ন ভাগ) সময় লাগে। পক্ষান্তরে নিউট্রনের বিটাক্ষয়ে সময়

লাগে ১২ মিনিট অর্থাৎ 10^{28} গুণ বেশী। হিসাব করলে দেখা যাবে, নিউক্লিয়াসের গ্রাভিটোন নিঃসরণ করতে সময় লাগবে 10^{60} সেকেন্ড বা 10^{60} বছর। এই জিয়া দুর্বল মিথস্ক্রিয়া অপেক্ষা 10^{60} গুণ ধীরগতি।

এখন নিউট্রিনো নামক কণার সম্ভাব্যতা অর্থাৎ অন্য প্রকার পদার্থের সাথে মিথস্ক্রিয়ার সম্ভাবনা খুবই কম। এদের কোন চার্জ বা ভর নেই। অনেক আগে অর্থাৎ ১৯৩৩ সালে নীল বোর প্রশ্ন উত্থাপন করেছিলেন, "নিউট্রিনো এবং মহাকর্ষ-তরঙ্গ কোয়ান্টামসমূহের মধ্যে পার্থক্যটা কোথায়?" দুর্বল মিথস্ক্রিয়া নামে কথিত জিয়ায় নিউট্রিনো অন্যান্য কণার সাথে নিঃসরণিত হয়, কিন্তু এমন প্রক্রিয়া কি নেই যেখানে শুধু নিউট্রিনোই সৃষ্টি হয়—যেমন ধরা বাক, উত্তেজিত নিউক্লিয়াস কর্তৃক একছোড়া নিউট্রিনো-অ্যান্টি নিউট্রিনো নিঃসরণ? কেউ এ ধরনের ঘটনা প্রত্যক্ষ করেনি, কিন্তু ঘটতে তো পারে; সম্ভবত মহাকর্ষ জিয়ার সমান সময় স্কেলে এ ধরনের ঘটনা ঘটবে। একছোড়া নিউট্রিনো থেকে স্পিনের মান আসবে দুই। ডিরাক গ্রাভিটনের জন্য ঠিক এই মান পেয়েছিলেন। এর সবকিছুই অনেকটা আকাশ-কুহুম চিন্তা, কিন্তু নিউট্রিনো আর মহাকর্ষের মধ্যকার সম্পর্ক একটা ভীষণরকম উত্তেজনার তাত্ত্বিক সম্ভাবনা।

অ্যান্টি-গ্রাভিট

এইচ. জি. ওয়েনস তাঁর এক বৈজ্ঞানিক কল্পকাহিনীতে মি: ক্যাভর নামে এক ব্রিটিশ আবিষ্কারকে বর্ণনা করেছেন যিনি ক্যাভোরাইট নামে এমন এক পদার্থ আবিষ্কার করেন, যা মহাকর্ষ-বলের কাছেও অভেদ্য। তাঁর পাত ও লোহার পাত ব্যবহার করে যেমন বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক বলকে ঠেকানো যায় তেমনি ক্যাভোরাইট পাত কোন বস্তুকে মহাকর্ষ-বল থেকে আড়াল করতে পারবে। ফলে কোন বস্তু ক্যাভোরাইটের উপর রাখলেই বস্তুটি তার সমস্ত বা আংশিক ওজন হারিয়ে ফেলবে। মি: ক্যাভর নৌকাসদৃশ একটি বিরাট গোলাকৃতি যান তৈরি করে তার চারপাশে ক্যাভোরাইট নিষিদ্ধ পাত জড়িয়ে দিয়েছিলেন; এই পাতগুলি ইচ্ছামতো খোলা ও বন্ধ করা যায়। এক চাঁদনী রাতে চাঁদ বন্ধন মাথার উপরে তখন তিনি তাঁর নৌকায় চড়ে মাটির দিকে সমস্ত পাত রেখে শুধু চাঁদের

দিকের পাঁচগুলি খুলে নিয়েছিলেন। এর ফলে যানটি পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের আকর্ষণ এড়িয়ে কেবলমাত্র চাঁদের মহাকর্ষটানের প্রভাবে আসে এবং মহাশূন্যে ভেসে চলতে থাকে। মিঃ ক্যাডের চাঁদের দেশের নানাবিধ অসাধারণ অভিজ্ঞতার স্বাপ লাভ করেন। এ ধরনের আবিষ্কার কেন অসম্ভব বা সত্যিই কি অসম্ভব? নিউটনের সার্বিক মহাকর্ষ-সূত্র, বৈদ্যুতিক চার্জের ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার কুলম্বসূত্র এবং স্যার হান্স ক্রিস্টিয়ান ওল্টারের চুম্বক মেরুর মধ্যকার বলের সূত্রের মধ্যে বড় বক্রনের সাদৃশ্য লক্ষ্য করা যায়। যদি বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক বলকে আড়াল করা যায় তাহলে মহাকর্ষ-বলকে কেন আড়াল করা যাবে না?

এই প্রশ্নের উত্তর পেতে হলে আমাদের বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক বলের আড়াল করার প্রক্রিয়াটি জানতে হবে; প্রক্রিয়াগুলি পদার্থের পারমাণবিক গঠনের সঙ্গে ওতপ্রোতভাবে জড়িত। প্রত্যেকটি অণু বা পরমাণু হচ্ছে পজিটিভ ও নেগেটিভ চার্জের সমন্বয়। ধাতুর মধ্যে অনেক মুক্ত নেগেটিভ ইলেকট্রন ঘুরে বেড়াচ্ছে পজিটিভ চার্জের আয়নদ্বারা গঠিত স্ফটিক দেয়ালের অভ্যন্তরে। একটুকরা পদার্থ বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রে স্থাপন করা হলে পদার্থের বৈদ্যুতিক চার্জগুলি উল্টোদিকে স্থানচ্যুত হয় এবং পদার্থটি বৈদ্যুতিকভাবে পোলারায়িত হয়েছে বলা হয়। এই পোলারায়নের ফলে সৃষ্ট নতুন বিদ্যুৎক্ষেত্র পূর্বতন ক্ষেত্রের উল্টোদিকে কাজ করে এবং উভয়ের মিলনে বিদ্যুৎক্ষেত্র শক্তি হ্রাস পায়। চুম্বক-ক্ষেত্র আড়াল করার ব্যাপারটিও একই রকম, কারণ অধিকাংশ পরমাণু ক্ষুদ্র চুম্বক তৈরি করে এবং এগুলি বাইরের কোন চুম্বক-ক্ষেত্রের মাঝে রাখা হলে সরে যায়। সুতরাং এখানেও চুম্বক পোলারায়নের জন্য ক্ষেত্র-শক্তি হ্রাস পায়।

পদার্থের মহাকর্ষীয় পোলারায়ন সম্ভব হলে মহাকর্ষ-বলকে আড়াল করা যাবে। এজন্য বস্তু দু'রকম পদার্থে গঠিত হওয়া প্রয়োজন: কতকগুলির থাকবে পজিটিভ মহাকর্ষ ভর। এগুলি পৃথিবী দ্বারা আকৃষ্ট হবে আর কতকগুলির থাকবে নেগেটিভ মহাকর্ষ ভর এবং এরা পৃথিবী দ্বারা বিকর্ষিত হবে। প্রকৃতিতে পজিটিভ-নেগেটিভ চার্জ বা দু'রকমের চুম্বক মেরুর সমান আধিক্য দেখা যায়। কিন্তু নেগেটিভ মহাকর্ষ-ভর এখন পর্যন্ত অজানা—রিশেষ করে অণু-পরমাণু গঠনের ক্ষেত্রে। এজন্যই আরও বস্তুত্বকে মহাকর্ষীয় ভাবে পোলারায়িত করা সম্ভব নয় বা মহাকর্ষ-বলকে আড়াল করার জন্য

প্রয়োজনীয়। কিন্তু প্রতি-কণাগুলির (antiparticle) খবর কি, যাদের নিয়ে পদার্থবিদরা গত কয়েক দশক ধরে নাড়াচাড়া করছেন? এমনটা কি হতে পারে না যে পজিটিভ ইলেকট্রন নেগেটিভ প্রোটন, অ্যান্টি-নিউট্রন এবং অন্যান্য প্রতি-কণার চার্জ বিপরীত তাদের মহাকর্ষভরও নেগেটিভ? প্রথম দৃষ্টিতে এই প্রশ্নের পরীক্ষাভিত্তিক উত্তর খুব সহজ বলে মনে হয়; শুধু দেখতে হবে ভরণকারী স্তরে সৃষ্ট পজিটিভ ইলেকট্রন বা নেগেটিভ প্রোটনের আনুভূমিক রশ্মি-মহাকর্ষ-ক্ষেত্র উপরের দিকে না নিচের দিকে বেঁকে যায়। যেহেতু কৃত্রিম উপায়ে সৃষ্ট সকল কণা আলোর কাছাকাছি বেগে চলে এজন্য মহাকর্ষ-ক্ষেত্রে এদের বেঁকে যাওয়ার পরিমাণ (উপরে অথবা নিচের দিকে) অত্যন্ত মগনা: প্রতি কিলোমিটারে বেঁকে যাওয়ার পরিমাণ পাঁচ 10^{-22} সেন্টিমিটার (নিউক্লিয়ার ব্যাসের সমান)। অবশ্য এদের গতিবেগ বীর করার চেষ্টা চালানো যেতে পারে, যেমন নিউট্রনের ক্ষেত্রে করা হয়েছিল। নিউট্রন নিয়ে পরীক্ষার সময় স্রুতগতি নিউট্রনের একটা রশ্মি একটা মিয়থ ব্লকের মধ্যে দিয়ে পাঠানো হয় এবং ব্লকের ভিতর থেকে বৃষ্টির ধারার মতো বীরগতি নিউট্রন বেরিয়ে আসতে দেখা যায়। কিন্তু নিউট্রনের বেগ কমে যায় ব্লকের নিউক্লিয়াসের সাথে এদের ঘর্ষণের ফলে এবং কার্বন বা ভারী-পানির মতো ভাল নিরস্ত্রকের সাথে এদের স্পর্শক এমন যে পরপর অনেকগুলি বাধা দিলেও এরা নিউট্রন শোষণ করে না। অবশ্য সাধারণ পদার্থের তৈরি নিরস্ত্রক অ্যান্টি নিউট্রনের জন্য মৃত্যু ফাঁদ-রূপে কাজ করবে এবং পদার্থের মধ্যে দিয়ে যাওয়ার সাথে সাথে কণাগুলি শোষিত হবে। কাজেই পরীক্ষার দৃষ্টিকোণ থেকে প্রতি-কণাদের মহাকর্ষ-ভরের প্রকৃতির প্রশ্নটির এখনও মীমাংসা হয়নি।

তাত্ত্বিক দৃষ্টিকোণ থেকেও প্রশ্নটি অসীমসংখ্যক রয়েছে, কারণ আমাদের কাছে এমন মতবাদ নেই যার দ্বারা আমরা মহাকর্ষ ও বৈদ্যুতিক মিথস্ক্রিয়ার মধ্যকার সম্বন্ধ সম্পর্কে ভবিষ্যদ্বাণী করতে পারি। অবশ্য এটুকু বলা যায় যে যদি কোন ভবিষ্যৎ-পরীক্ষা দেখাতে সমর্থ হয় যে প্রতিকণাদের মহাকর্ষ-ভর নেগেটিভ তাহলে এর ফলে গোটা আইনস্টাইনের মতবাদ সাংঘাতিক বকম হার খাবে; কারণ এতে করে সমস্ত নীতি ভুল প্রতিপন্ন হবে। সুবিধে গতিতে নেগেটিভ মহাকর্ষ-ভরের আপেল আইনস্টাইনের মহাকর্ষ প্রকোর্ডের ভিতরে গিলিগ্ন হলে 'আপেলটি উপরের দিকে' (মহাশূন্যবাদের

তুলনায়) পড়তে থাকবে এবং বাইরে থেকে দেখা যাবে আপেলের উপর বাইরের প্রযুক্ত বলের মান শূন্য হওয়া সত্ত্বেও আপেলটি যানের বিগুণ পরিমাণে ঘরণে গতিশীল। সুতরাং আনরা বাধ্য হব নিউটনের জড়তার সূত্র এবং আইনস্টাইনের সমতার নীতির একটাকে গ্রহণ করে অন্যটাকে বর্জন করতে; সম্ভব হইবে। নির্বাচনটা অত্যন্ত কঠিন—কারে রেখে কারে ছাড়ি।

ব্যবহৃত পদার্থাষা

Anquilar momentum—কৌণিক ভরবেগ	Kinetic energy—গতিশক্তি
Astronomical Unit—জ্যোতিষ একক	Luminosity—প্রভা
Base—ভূমি	Mass—ভর
Celestial Mechanics—নভো-বলবিদ্যা	Mathematical—গাণিতিক
Centripetal force—কেন্দ্রাভিগ বল	Oscillation—সোলন
Centrifugal Force—কেন্দ্রাভিগ বল	Parallelogram—সামান্তরিক
Cone—শঙ্কু, কোণক	Parabola—অধিবৃত্ত
Cube—ঘনক	Physical laws—ভৌত নিয়মাবলী
Cylinder—সিলিন্ডার	Polarization—পোলারাইজ/পোলারাইস
Data—উপাত্ত	Precession—অগ্রগমন
Derivative—স্রাতরাশি/লঙ্ঘরাশি	Principle of equivalence—সমতার নীতি
Diagonal—কর্ণ	Pseudogravity—কৃত-সহায়র্ক
Differentiation—অন্তরকলন	Quantized—কোয়ান্টাইজ
Eccentricity—উৎকেন্দ্রিকতা	Resultant—লক্তি
Ellipse—উপবৃত্ত	Rotational motion—ঘূর্ণনগতি
Escape velocity—পলায়ন বেগ	Rectangle—আয়তক্ষেত্র
Experiment—পরীক্ষণ	Saddle Surface—ষোড়ার ঘ্রিমের তল
Fluorescent—প্রতিপ্রভ	Superposition—উপরিপাতন
Graph—লেখচিত্র	Scientist—বিজ্ঞানী
Horizontal—আনুভূমিক	Scientific—বৈজ্ঞানিক
Inclined plane—হেলান তল	Superposition—উপরিপাতন
Integration—সমাকলন	Vertical—উল্লম্ব
Inertial mass—জড়ভর	Velocity—বেগ
Interstellar Space—স্রাতঃনাক্ষত্রিক মহাপুনা	

অণুগু—Integral	পড়ন্ত বস্তু—Falling bodies
অভিকর্ষ—Gravity	ফাংশন—Function
অন্তরকলন—Differential calculus	বর্গক্ষেত্র—Square
অবিবৃত্ত—Parabola	বসবাসকারী—Antapodas
অনুভূমিক—Horizontal	বসুবিদ্যা—Mechanics
আপেক্ষিক-তত্ত্ব—Theory of Relativity	ব্যস্তানুপাতিক—Inversely proportional
আয়তক্ষেত্র—Rectangle	ব্যাসার্ধ—Radius
উপকেন্দ্রে—Focus	ব্যবহারিক বিজ্ঞানী—Experimentalist
উল্লম্ব—Vertical	বেগ—Velocity
উপরিপাতন—Superposition	ভাবসাম্য—Balance
কৃত্রিম উপগ্রহ—Satellite	ভেক্টর—Vector
কেন্দ্রাভিপ—Centrepetal	মহাকর্ষণ বল—Force of gravity
কোষক—Shell	লম্বু—Perpendicular
ক্ষেত্রকন—Area	লব্ধি—Resultant
গাণিতিক—Mathematical	লেখচিত্র—Graph
জাত-সংশি—Derivative	শঙ্কু—Cone
চাল—Slope	সরণ—Displacement
স্বরণ—Acceleration	সমীকরণ—Equation
ত্রিভুজ—Triangle	সমাকলন—Integral Calculus
দোলনকাল—Oscillation period	সমস্বরণ—Uniform acceleration
দিক স্থানি—Vector quantity	সমানুপাতিক—Proportional
নিয়ানতায়থান—Neanderthal	কিলিণ্ডার—Cylinder
	সূচক সংখ্যা—Index number
	ছেলান তল—Inclined plane